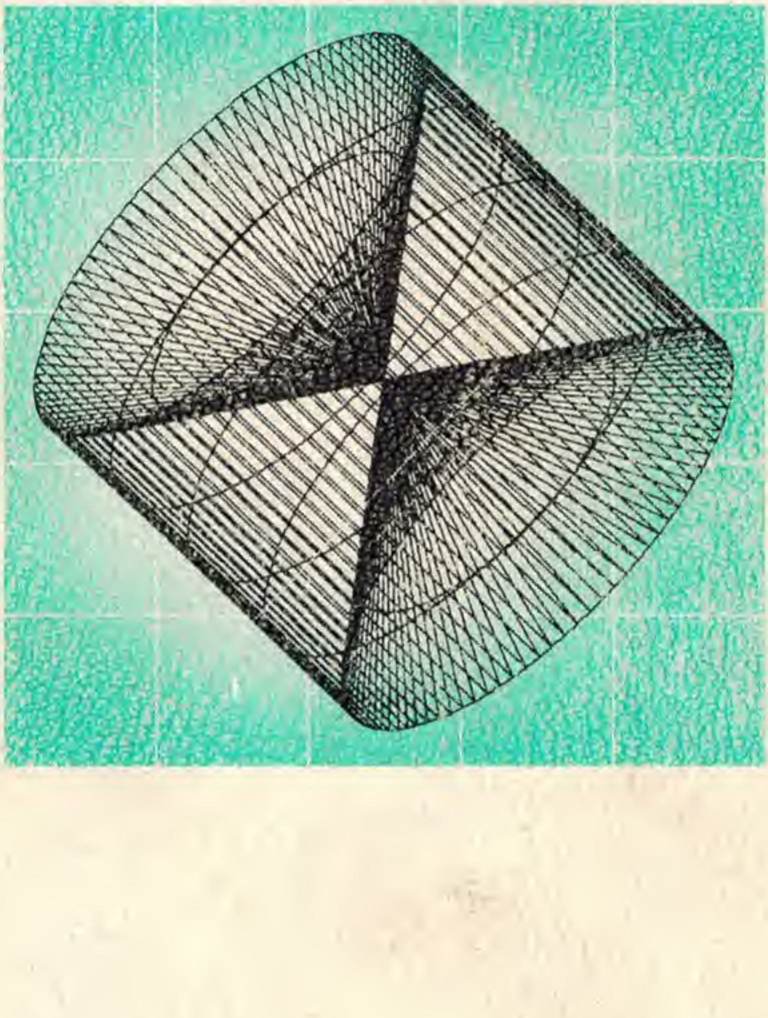
文部省検定済教科書 7 実教 工業 143

新版 電気基礎 A



実教出版

代 数 公 式

◆ 乗法公式・因数分解

(1) $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$

(2) $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$

(3) $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$

(4) $(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ca$

(5) $(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$

(6) $(a-b)^3=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$

(7) $(a+b)(a^2-ab+b^2)=a^3+b^3$

(8) $(a-b)(a^2+ab+b^2)=a^3-b^3$

◆ 分数式

(1) $\dfrac{1}{a}\pm\dfrac{1}{b}=\dfrac{b\pm a}{ab}$

(2) $\dfrac{b}{\dfrac{1}{a}}=ab$

(3) $\dfrac{1}{\dfrac{1}{a}\pm\dfrac{1}{b}}=\dfrac{ab}{b\pm a}$

◆ $ax^2+bx+c=0$ の解

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

◆ 指　数 $(a>0, b>0)$

(1) $x^0=1\ (x\neq0)$

(2) $a^{\frac{1}{p}}=\sqrt[p]{a}$

(3) $a^{\frac{q}{p}}=(\sqrt[p]{a})^q=\sqrt[p]{a^q}$

(4) $a^{-m}=\dfrac{1}{a^m}$

(5) $a^m a^n=a^{m+n}$

(6) $(a^m)^n=a^{mn}$

(7) $(ab)^m=a^m b^m$

◆ 対　数 $(a>0, a\neq1, x>0, y>0)$

(1) $\log_a 1=0$

(2) $\log_a a=1$

(3) $\log_a x^m=m\log_a x$

(4) $\log_a xy=\log_a x+\log_a y$

(5) $\log_a\dfrac{x}{y}=\log_a x-\log_a y$

(6) $\log_a x=\dfrac{\log_b x}{\log_b a}\quad (b>0,\ b\neq1)$

◆ 常用対数 $(\log_{10}x)$ と自然対数 $(\log x)$

(1) $\log_{10}e=\dfrac{1}{\log 10}=0.434294$

(2) $\log 10=\dfrac{1}{\log_{10}e}=2.30259$

電気・磁気の単位

量	量記号	単位を定義する式	名　称	単位記号
電流	I	基本	アンペア (ampere)	A
電圧	V	$P=VI$	ボルト (volt)	V
電気抵抗	R	$R=V/I$	オーム (ohm)	Ω
電気量 (電荷)	Q	$Q=It$	クーロン (coulomb)	C
静電容量	C	$C=Q/V$	ファラド (farad)	F
電界の強さ	E	$E=V/l$	ボルト毎メートル	V/m
電束密度	D	$D=Q/A$	クーロン毎平方メートル	C/m^2
誘電率	ε	$\varepsilon=D/E$	ファラド毎メートル	F/m
磁界の強さ	H	$H=I/l$	アンペア毎メートル	A/m
磁束	Φ	$V=\Delta\Phi/\Delta t$	ウェーバ (weber)	Wb
磁束密度	B	$B=\Phi/A$	テスラ (tesla)	T
自己 (相互) インダクタンス	L, (M)	$M=\Phi/I$	ヘンリー (henry)	H
透磁率	μ	$\mu=B/H$	ヘンリー毎メートル	H/m

lは長さ〔m〕　Aは面積〔m^2〕　Pは電力〔W〕

単位の倍数

名　称	記号	大きさ	名　称	記号	大きさ
テラ (tera)	T	10^{12}	デシ (deci)	d	10^{-1}
ギガ (giga)	G	10^{9}	**センチ** (centi)	c	10^{-2}
メガ (mega)	M	10^{6}	**ミリ** (milli)	m	10^{-3}
キロ (kilo)	k	10^{3}	**マイクロ** (micro)	μ	10^{-6}
ヘクト (hecto)	h	10^{2}	**ナノ** (nano)	n	10^{-9}
デカ (deca)	D	10	**ピコ** (pico)	p	10^{-12}

ギリシア文字

大文字	小文字	名　称	大文字	小文字	名　称	大文字	小文字	名　称
A	α	アルファ	I	ι	イオタ	P	ρ	ロー
B	β	ベータ	K	κ	カッパ	Σ	σ	シグマ
Γ	γ	ガンマ	Λ	λ	ラムダ	T	τ	タウ
Δ	δ	デルタ	M	μ	ミュー	Υ	υ	ユプシロン
E	ε	エプシロン	N	ν	ニュー	Φ	φ, ϕ	ファイ
Z	ζ	ジータ	Ξ	ξ	クサイ	X	χ	カイ
H	η	イータ	O	o	オミクロン	Ψ	ψ	プサイ
Θ	θ	シータ	Π	π	パイ	Ω	ω	オメガ

昭和60年 3 月31日　文部省検定済　高等学校工業科用

新版電気基礎A

宮入庄太

実教出版株式会社

監　　修

東京工業大学名誉教授 東京電機大学教授 工学博士	宮　入　庄　太

編　　修

元東京都立本所 工業高等学校長	緒　方　興　助
東京都立本所 工業高等学校教頭	新　井　芳　明
東京都立本所 工業高等学校教諭	飯　高　成　男
東京都立本所 工業高等学校教諭	岩　沢　孝　治
東京都立江東 工業高等学校長	大　島　正　弘
元東京都立練馬 工業高等学校教諭	鬼　塚　新　一
東京都立練馬 工業高等学校教諭	多　田　正　美
東京都立北豊島 工業高等学校教諭	柄　本　治　利
元東京都立足立 工業高等学校教諭	永　田　博　義
信州大学教授 工学博士	山　田　　　一

協　　力

大阪府立西野田 工業高等学校教諭	上　村　康　雄
大阪府立藤井寺 工業高等学校教諭	佐々木　尚
大阪市立此花 工業高等学校教諭	竹　田　　　剛
元大阪市立泉尾 工業高等学校長	藤　倉　文　夫

目　次

電気技術の利用と学び方 ……………………………… **1**

第1章　直　流　回　路

1.　直流回路の電圧と電流 ……………………………… **6**
1.　電　気　回　路 ……………………………… 6
2.　オームの法則 ……………………………… 16
3.　抵抗の直列接続 ……………………………… 20
4.　電圧計の内部抵抗と倍率器 ……………………………… 25
5.　抵抗の並列接続 ……………………………… 27
6.　キルヒホッフの法則 ……………………………… 36
問　　題 ……………………………… 46
2.　電力と熱エネルギー ……………………………… **48**
1.　電流の発熱作用 ……………………………… 48
2.　電力量と電力 ……………………………… 50
3.　温度上昇と許容電流 ……………………………… 52
4.　熱　と　電　気 ……………………………… 55
問　　題 ……………………………… 60
3.　電　気　抵　抗 ……………………………… **61**
1.　抵抗率と導電率 ……………………………… 61
2.　抵抗の温度係数 ……………………………… 65
3.　いろいろな物質の抵抗率 ……………………………… 68
問　　題 ……………………………… 74

4．電流の化学作用と電池……75
1．電流の化学作用……75
2．電　　池……79
問　　題……85
章 末 問 題……86

第2章　電 気 と 磁 気

1．電 流 と 磁 界……88
1．方 向 と 向 き……88
2．角 の 表 し 方……89
3．ベ ク ト ル……93
4．電流による磁界……103
5．磁 界 の 強 さ……115
問　　題……121
2．磁界中の電流に働く力……122
1．直流電流に働く力……122
2．方形コイルに働くトルク……127
3．平行な線状導体間に働く力……131
問　　題……134
3．磁性体と磁気回路……135
1．輪形鉄心の磁気回路……135
2．鉄の磁化曲線とエアギャップのある磁気回路……141
問　　題……151
4．電磁誘導と電磁エネルギー……154
1．電 磁 誘 導……154
2．インダクタンス……161

3．電磁エネルギー……………………………172
問　　題……………………………………178
章 末 問 題………………………………180

第3章　静　電　気

1．電 荷 と 電 界……………………………………………182
1．静電気のあらまし………………………182
2．電 位 と 電 界……………………………185
3．静電容量と静電エネルギー……………195
問　　題……………………………………198
2．コンデンサとその接続………………………………200
1．コ ン デ ン サ……………………………200
2．コンデンサの接続………………………207
問　　題……………………………………212
3．誘電体内のエネルギーと絶縁破壊…………………214
1．誘電体内のエネルギー…………………214
2．絶縁破壊と気体中の放電………………218
問　　題……………………………………221
章 末 問 題………………………………222

第4章　交 流 回 路

1．交 流 の 基 礎…………………………………………224
1．正 弦 波 交 流……………………………224
2．交 流 の 表 し 方…………………………229
3．正弦波交流の合成………………………238
4．オームの法則とキルヒホッフの法則…………241

問 題……243
2. ***R*, *L*, *C* の働き**……**244**
1. 抵抗だけの回路……244
2. インダクタンスだけの回路……245
3. 静電容量だけの回路……250
4. *RL* 直列回路……254
5. *RC* 直列回路……257
6. *RLC* 直列回路……259
問 題……264
3. 交流電力……**266**
1. 交流の電力と力率……266
2. 皮相電力・有効電力・無効電力……269
問 題……271
章末問題……272

問題解答……274
索 引……278

「新版電気基礎B」 目次
第5章 交流回路の計算
第6章 電気計測
第7章 各種の波形
第8章 半導体素子と回路

電気技術の利用と学び方

われわれの周囲を見回すと，そこには，生活を豊かにし，便利にするために，いろいろな電気器具が使われている。それらは，生活に溶け込んでいて，これらを使うことは，もはや手足と同じように習慣づけられている。これらの電気器具は，多くの人々の切実な願いと，優れた知恵と，なみなみならない努力の蓄積とによって作り出されたものである。

（1） 熱 へ の 利 用

寒いときには暖房がほしくなり，食物を煮たきするときには熱がほしくなる。

電流の発熱現象について，最初に本格的な研究をしたのは，ジュール* である。この研究によって，どの程度の電流から，どの程度の熱が発生するかということが明らかになり，その研究の成果は，今日使われている電熱器具を作る場合の基礎となっている。電熱の需要は年を追って増大の傾向にある。

図 1　トンネル内の照明

（2） 光 へ の 利 用

暗やみの中では，手探りで歩かなければならないし，本を読むこともで

*　49ページ参照。

きない。かつては，灯火をともし，ガス灯をつけた時代があった。

電気の発熱現象を利用して，ものを高い温度にすることができれば，明るく輝くのではないかと考えた。ところで，空気中で高温にすると燃え尽きてしまうので，燃えないように真空中にフィラメントをおき，それに電流を流すことによって，光源とすることに考えが及んだ。当時の灯火に比べ，白く輝くように見える白熱電灯とよばれるものを作ったのは，エジソン* である。今日では，家庭・事務所には蛍光灯や白熱電灯，工場には蛍光灯や水銀灯，通路・広場には水銀灯，トンネル内ではナトリウム灯が広く使われている。

（3） 動力への利用

磁気のあるところに電流の流れている導体があると，その導体に力が働くことが明らかにされた。このことを利用して電動機が作られ，電気洗たく機や電気そうじ機に使われている。産業界においては，大小さまざまな電動機が広い分野で利用されている。なお，一般の電車や，研究開発されつつあるリニアモータカーには，このような動力が利用されている。

図 2　リニアモータカー

（4） 通信への利用

自分の考えや意志，あるいはその生活のようすを遠くの人に伝えたいとか，遠くの人のようすを知りたいという願いは，だれにでもあることで，古くは，飛脚などによって，手紙などを運んでもらうという

* Thomas Alva Edison, 1847~1931，アメリカ合衆国の発明家。

ことが行われた。

電気を利用して通信を行うことは，電気が速く容易に伝わるという性質に着目して，電信機や電話機などもそれぞれモールスやベルなどによって開発され，今日のように普及するようになった。

図 3　衛星通信用パラボラアンテナ

また，ヘルツ* やマルコーニなどが研究した電波を利用する通信も著しく進歩してきた。ラジオやテレビジョンあるいは衛星通信などはこの代表的なもので，国際社会に生きるわれわれの日常生活の中にすっかり溶け込んでしまっている。

(5)　情報処理・エレクトロニクスなどへの利用

トランジスタやICなどとよばれる半導体素子** の進歩発達が著しく，家庭においても，そろばんの代わりにこれらを利用した電子式卓上計算機が普及するようになった。さらに，計算・制御・翻訳，あるいはゲームなどのためのマイクロコンピュータやパーソナルコンピュータの利用も盛んになっている。

産業界においては，超大形，超高速の電子計算機が作られ，利用されている。さらに最近は，マイクロコンピュータを使う巧妙な知能ロボットが，とくに自動車産業を初め広範囲に利用され，無人工場さえ出現するようになった。

---

* 228ページ参照。

** 「B巻」の199ページ参照。

図4 電子計算機

(6) 電気技術の重要性と学習上の注意

以上のことからわかるように，電気は，今日の物質文明の基盤であり，これなしには現代社会はなりたたないということができる。

電気を発生する技術，電気を送って配る技術，電気を利用するいろいろな技術を総称して電気技術とよんでいる。

生活を豊かにし，産業を発展させるためには，電気技術の進歩は不可欠である。多量の電気を安全に発生する方法，電気を安全に効率よく送る方法，より効果的に電気を利用する方法など，電気技術にかかわる研究課題はきわめて多い。電気技術に携わる者の使命はきわめて重い。

電気技術を学ぶには，その基礎となる，次に示すような事項を十分理解することが大切である。

① 基本的な電気現象

② 電気現象を量的に取り扱う方法

③ 電気的な諸量の相互関係

④ 電気エネルギーを合理的に活用する方法

本書は，以上のような点を念頭において，学習を進めていく。

第1章

直流回路

電流が流れる道すじを電気回路という。とくに直流が流れる電気回路は直流回路とよばれる。電気回路に電流が流れると，発熱したり，化学作用が生じたりする。

この章では，直流回路における重要な諸事項ならびに電流の化学作用について学ぶ。

検　流　計

1 直流回路の電圧と電流

この節の目標　最も基本的な電気回路は，起電力をもつ電源，抵抗をもつ負荷，電流が流れる導線によって構成される。この節では，電気回路において重要な起電力・電位差・電圧・電流・抵抗などの事項について調べ，オームの法則，キルヒホッフの法則などについて学ぶ。

1. 電 気 回 路

図1は，乾電池・豆電球・スイッチを電線で接続した電気回路の例であり，懐中電灯の電気回路と同じ機能をもっている。スイッチを入れると，電流が乾電池から電線を通って流れ豆電球が点灯する。

(1) 電 流 と 電 荷

物体をこすると，物体に電気が生じることがある。電気現象の原因となる実体は**電荷** (electric charge) とよばれる。電荷は電気量によって表される。

図 1　豆電球点灯回路

物質は原子からできており，原子は原子核とそのまわりを回っている**電子** (electron) からできている。電子は負の電荷をもっている。原子核は正の電荷をもつ**陽子** (proton) と，電荷をもたない**中性子** (neutron) とからできている。陽子と電子がもっている電荷は，正負のちがいはあるが，大きさは等しい。陽子がもっている電荷を e，電子がもっている電荷を $-e$ で表す。e は (1) で表される。

$$e = 1.602 \times 10^{-19}\ \text{クーロン} \tag{1}$$

クーロン (coulomb，単位記号 C) は電気量を表す単位である。1 **アンペア** (ampere，単位記号 A) の電流が 1 秒間に運ぶ電気量が 1 [C] である。

一つの原子は，それを構成している陽子と電子の数が同じなので，全体として電気的に中性である。原子は，電子を失ったり，電子が加わったりすると，正の電荷が多くなったり，負の電荷が多くなるため，イオンになる。

原子を構成する一部の電子は，原子の間の空間を自由に動き回ることができる。この電子を**自由電子** (free electron) という。電線に電流が流れるのは，自由電子が移動するからである。自由電子が多い物質は，電気をよく伝えるので**導体** (conductor)，自由電子が少ない物質は，電気をほとんど伝えないので**絶縁物** (insulator) とよばれる。

I [A] の電流が流れているとき，物体の断面を t 秒間に Q [C] の電荷が通過するとすれば，これらの量の間には，次の関係がある。

$$I = \frac{Q}{t} \tag{2}$$

電流の向きは，図 2 に示すように，電子が移動する向きと逆と約束されている。電子がまだ発見されていなかった 19 世紀の初め，

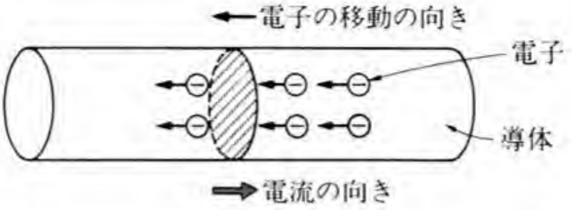


図 2 電子の移動と電流の向き

当時の学者が「電流は電池の正極から電線を伝わって負極に向かって流れる」と約束し，それに従って電気の理論が組み立てられ，現在に至っている。この慣用は，実用上ほとんど支障がない。

問 1. 電線に電流 1 [A] が流れているとき，その任意の断面を 1 秒間に通過する電子の数はいくらか。

電荷の保存則　空間に存在する物体に現れる静電現象や，溶液中に現れる化学作用を考えると，電荷が生じたり，消滅したりするように思われる。しかし，この場合でも，正の電荷が発生すると負の電荷も生じ，電子が一つの物体から他の物体に移動したにすぎない。放射性元素の原子核では，中性子が陽子に変換し，同時に原子核から電子が飛び出してくる β（ベータ）崩壊とよばれる現象がある。この現象においても，正負の電荷が同時に発生し，電荷の総和は変わらない。このように，いかなる場合にも電荷の総和が変わらないことを電荷の保存則という。電荷の保存則が保てない現象は，いまだかつて見つかってはいない。

電流の連続性　電流は電荷の流れである。電荷の保存則から，電気回路の任意の断面に，一方から流れ込む電荷は，増減しないで，その断面から他方へ流れ出す。すなわち，任意の断面に流れ込む電流と，その断面から流れ出す電流とは等しい。このことを電流の連

続性という。

電流は，e[C] を単位として，その整数倍の値をもつ。しかし，e の値は，(1) からわかるように，非常に小さいので，通常の電気回路を取り扱う限り，電流は連続的な量とみなすことができる。しかし，第8章で学ぶ半導体の性質については，電子の単位で考えなければ説明できないことがある。

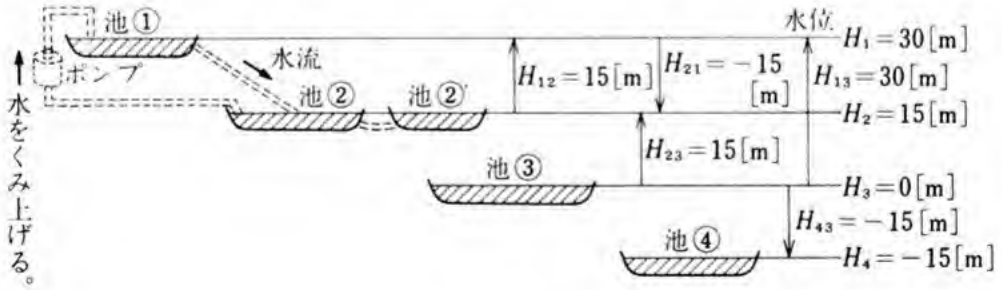
(2) 起電力・電位差・電圧

電流は水の流れに似ている。ここでは水位・水位差などについて考え，これと対比することによって，電位・電位差などについて学ぶ。

水位と水位差　四つの池がある。図3に示すように，それぞれの池を，水面の高い方から，池①，池②，池③，池④と名づける。いま，池③の水面を基準水位* つまり 0[m] と定め，池①，②，④の水位 H_1, H_2, H_4 [m] を基準水位からの高さと定義する。図3では，$H_1=30$ [m]，$H_2=15$ [m]，$H_4=-15$ [m] である。

さて，池①と池②を水路で結ぶと，矢印の方向に水が流れる。

図3 水位と水位差



* 水位の基準はどこに決めてもよい。日本各地の海抜高度は，東京湾の平均海面を基準にしている。

すなわち，水は，水位が高い方から低い方に流れる。水が流れると，池①の水位が下がり，池②の水位が上がって，水流が弱まる。水流を一定に保ち，池①の水位も池②の水位も一定に保つためには，同じ水の量を常時逆に池②から池①へくみ上げていなければならない。

池②′があり，池②と水路で結ばれている。池②′と池②の水位が等しいので，水は流れない。この場合，池②′と池②は等水位であるという。

池ⓘの水位から池ⓙの水位を引いたものを，池ⓙに対する池ⓘの水位差といい，H_{ij}[m]と書く。すなわち，

$$H_{ij}=H_i-H_j \quad (3)$$

である。水位差 H_{ij}[m]を図示するには，水位 H_j[m]から H_i[m]へ向かう矢印で表す。

起電力　図1に示す回路において，スイッチを入れると電流が流れる。これは，乾電池に電流を流そうとする働きがあり，豆電球の回路に電子が移動できる状態が作られているからである。電流を流そうとする電気的な力は**起電力**（electromotive force）とよばれる。起電力の量記号は E で表し，単位には**ボルト**（volt，単位記号 V）が使われる。

電位と電位差　水位・水流・水位差について学んだので，電気回路における電気を水に対応させて考え，電位・電位差を水位・水位差になぞらえて定義していく。

電池には起電力があり，電池の正極と負極を電線で結ぶと，正極から電線を通って負極へ電流が流れる。したがって，電池の正極は負極より**電位**（electric potential）が高いと考える。

E_1, E_2, E_3, E_2'[V]の起電力をもつ乾電池が，図4のように接続

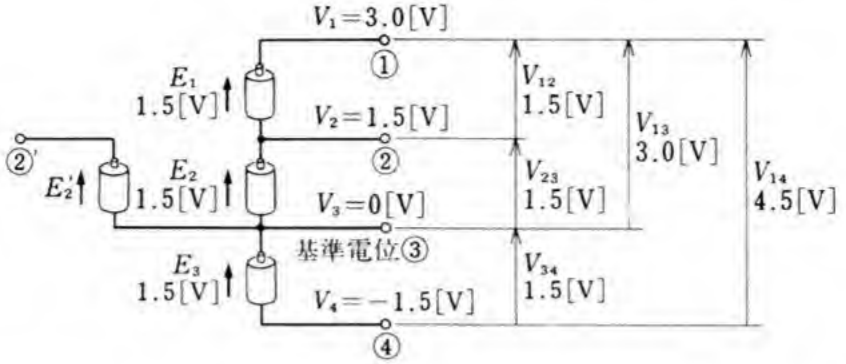


図 4 電位と電位差

されている。いま，点 ③ の電位を基準電位*，つまり 0 [V] と定め，点 ①，②，④ の電位 V_1，V_2，V_4 [V] を基準電位からの電気的な高さと定義する。図 4 では，$V_1=3.0$ [V]，$V_2=1.5$ [V]，$V_4=-1.5$ [V] である。

点 ②′ の電位 V_2' [V] が点 ② の電位 V_2 [V] と等しければ，点 ②と点 ②′ を電線で結んでも電流は流れない。任意の 2 点を結んだ電線に電流が流れなければ，このときその 2 点は，**等電位** (equi-potential) であるという。

点 ⓘ の電位から点 ⓙ の電位を引いたものを点 ⓙ に対する点 ⓘ の**電位差** (electric potential difference) といい，V_{ij} [V] と書く。すなわち，

$$V_{ij}=V_i-V_j \tag{4}$$

である。電位差 V_{ij} [V] を図示するには，電位 V_j [V] から V_i [V] へ向かう矢印で表す。

電位差 V_{12}，V_{23} [V] の和は V_{13} [V] であることを次に示す。

* 電位の基準はどこに決めてもよい。実用上，地球の電位を基準電位とする。そのため，大地に銅板を埋めて，この銅板と 0 [V] とする点とを電線でつなぐ。

$$V_{12}+V_{23}=(V_1-V_2)+(V_2-V_3)$$
$$=V_1-V_3$$
$$=V_{13} \quad (5)$$

乾電池は，負極に対して正極に電位差を生じさせる。起電力は，両極間に生じる電位差で表される。

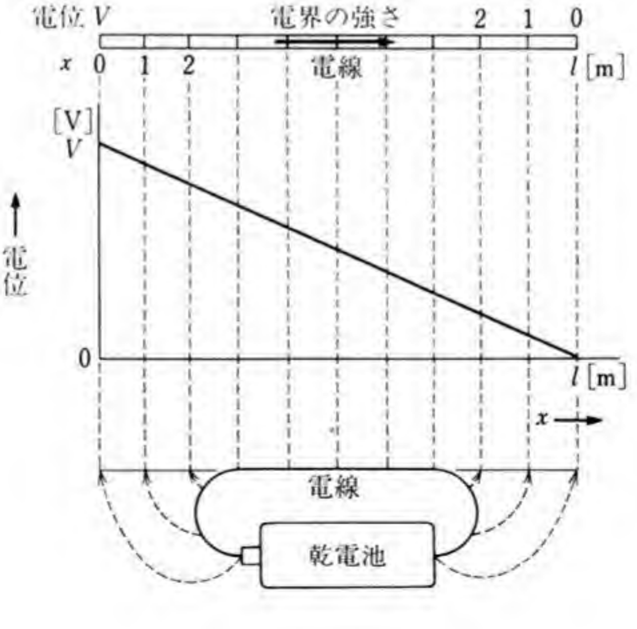
電　圧　電位差のことを**電圧** (voltage) ともいう。したがって，電圧の量記号と単位記号は，電位差と同じく V [V] が使われる。

問 2. 図4において，電位差 V_{24}, V_{41} はそれぞれ何ボルトか。

問 3. 図4において，点①と点②′が等電位であるとすれば，起電力 E_2' はいくらか。

電　界　乾電池の正極の電位を V [V]，負極の電位を 0 [V]，両極をつなぐ電線の長さを l [m] とする。正極から電線に沿って測った長さ x [m] で，電線のそれぞれの点を表すことにする。電線

図 5　電線の中の電界



の各点の電位は，正極すなわち $x=0$ [m] では V[V]であり，x が増加するに従って低くなり，負極すなわち $x=l$ [m] では0 [V] である。このようすを図5に示す。

x [m]の増加 Δx [m] に対する V [V] の増加 ΔV [V] の値 $\dfrac{\Delta V}{\Delta x}$ を**電位の傾き** (electric potential gradient) という。図5の電線では，x が l [m]の増加に対して，電位は V [V] の減少，すなわち $-V$ [V] の増加であるから，電位の傾きは $\dfrac{\Delta V}{\Delta x}=-\dfrac{V}{l}$ [V/m] である。

電線の内部に電位差が生じると，電荷は力を受ける。空間に電位差が生じ，電荷が力を受ける状態になっているとき，その空間に**電界** (electric field) が生じているという。電界が電荷に及ぼす力の大小によって，電界の強弱を決める。電界から受ける力は，正の電荷と負の電荷では向きが逆であり，力の大きさは電気量に比例する。**電界の強さ** (intensity of electric field) は，正の単位電荷，すなわち 1 [C] の電荷に働く力で表す。この力は，電位が減少する方向を向き，電位の傾きの大きさに比例する。電界の強さ E[V/m] は，次のように表される。

$$E=-\frac{\Delta V}{\Delta x}=\frac{V}{l} \qquad (6)$$

乾電池の両極を電線でつなぐと，電線に電界が生じる。電線中の自由電子が，電界から力を受けて，正極の方に引き寄せられる。これが電流である。電流は，電位の傾きが負になる方向，すなわち電界の強さの方向に流れる。

電源と負荷　一般に，起電力をもち，電気のエネルギーを供給する装置を**電源** (power source) といい，電源から受けた電気のエネルギーを他のエネルギーに変換する装置を**負荷** (load) という。

したがって，図1に示す乾電池は電源の一種であり，豆電球は負

荷の一種である。直流の電源としては，乾電池のほかに，鉛蓄電池・直流発電機・直流安定化電源などがある。**直流** (direct current) は，時間的に大きさが変わらない電流で，これらの電源から得られる。

電源から電気のエネルギーを取り出して，負荷に供給するためには，2本の電線を使って，電源と負荷を接続する必要がある。そのため電源には，電線を接続するための端子が二つ設けられている。このように，外部の回路と接続する場所を**端子** (terminal) という。電位が高い方の端子を＋端子，低い方の端子を－端子という。乾電池の端子は，接触によって外部の回路と接続するようになっているので，電線とつなぐときには，図1のように乾電池ホルダに入れて使う。乾電池や蓄電池の＋端子は，電池の正極と接続され，－端子は負極と接続されている。

(3) 電流や電圧の単位

電流や電圧の単位には，それぞれ [A] や [V] が使われているが，10^3 [V] とか，10^{-3} [V]，10^{-6} [A] というように，大きな値や小さな

表 1 電流と電圧の単位

量	単位	単位記号	単位の関係
電流	アンペア	A	
	ミリアンペア	mA	$1\,[\mathrm{mA}]=\frac{1}{1\,000}\,[\mathrm{A}]=10^{-3}\,[\mathrm{A}]$
	マイクロアンペア	μA	$1\,[\mu\mathrm{A}]=\frac{1}{1\,000\,000}\,[\mathrm{A}]=10^{-6}\,[\mathrm{A}]$
電圧	キロボルト	kV	$1\,[\mathrm{kV}]=1\,000\,[\mathrm{V}]=10^{3}\,[\mathrm{V}]$
	ボルト	V	
	ミリボルト	mV	$1\,[\mathrm{mV}]=\frac{1}{1\,000}\,[\mathrm{V}]=10^{-3}\,[\mathrm{V}]$
	マイクロボルト	μV	$1\,[\mu\mathrm{V}]=\frac{1}{1\,000\,000}\,[\mathrm{V}]=10^{-6}\,[\mathrm{V}]$

値を取り扱うときには，単位に接頭語キロ（k），ミリ（m），マイクロ（μ）などをつけることが多い。k は1000倍，m は $\frac{1}{1000}$倍，μ は $\frac{1}{1\,000\,000}$ 倍を示す。

よく使われる電流と電圧の単位を表1に示す。

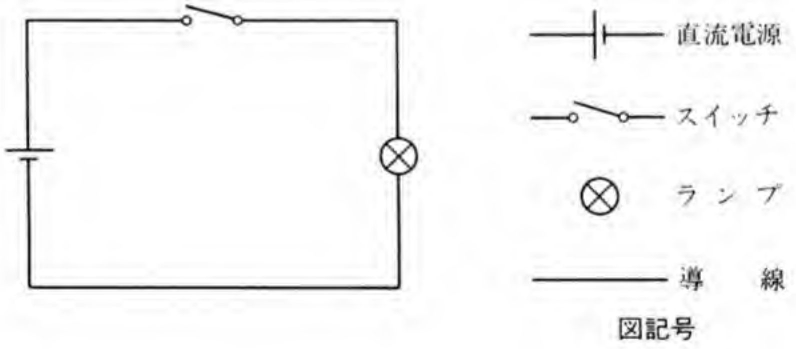
問 4.　0.05 [A] は何ミリアンペアか。

問 5.　6000 [V] は何キロボルトか。

（4） 電 気 回 路 図

図1の電気回路を図示するのに，**電気用図記号***を使って，図6のように表すと，接続関係が簡明でわかりやすい。

図 6　電 気 回 路 図



* 日本工業規格「JIS C 0301-1982 電気用図記号」として制定されている。

2. オームの法則

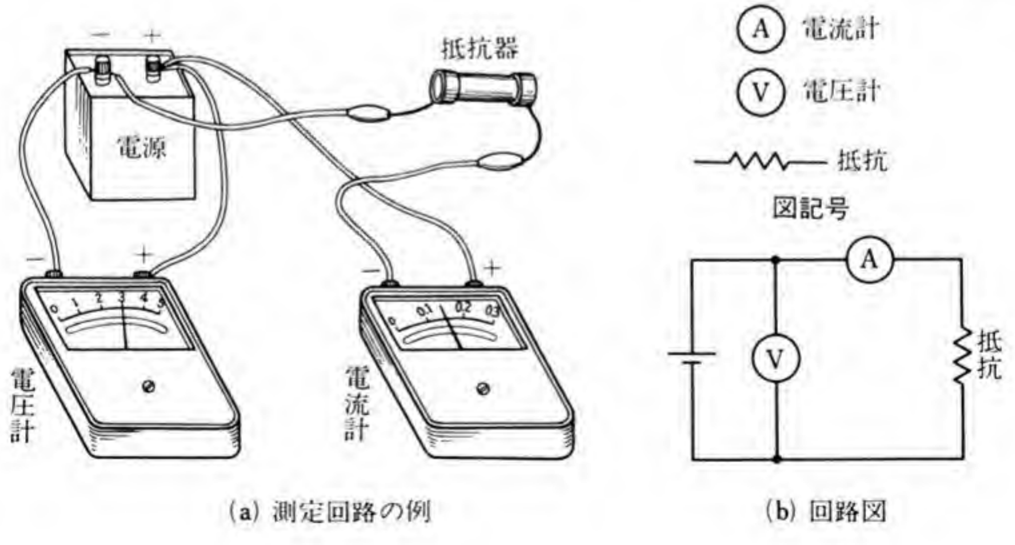
抵抗に加える電圧を変化させると，それに従って電流が変化し，電圧と電流の間には一定の関係がある。ここでは，これらの関係について調べる。

（1） 電圧と電流の測定

電圧を測定する計器を**電圧計** (voltmeter)，電流を測定する計器を**電流計** (ammeter) という。これらの計器には，電源や負荷などと導線で接続するための端子がある。直流の計器には，＋端子と－端子がある。計器は，＋端子から内部を通って－端子への向きに電流を流して使うように作られている。

電圧計は，図 7 (a) に示すように，電圧計の＋端子を電源の＋端子に，電圧計の－端子を電源の－端子に接続して使う。電流計は，回路の一か所を開き，電流が電流計の＋端子から－端子へ流れるように接続して使う。

図 7 電圧・電流の測定



(a) 測定回路の例　　(b) 回路図

図 (a) において，電圧計は，電源の起電力が 3 [V] であり，電流計は，抵抗器を流れる電流が 0.15 [A] であることを示している。

(2) オームの法則

図 8 (a) に示すように，いろいろな大きさの起電力をもつ電源と，スイッチ・電圧計・電流計・抗抵器で回路を作り，抵抗器に加わる電圧と，抵抗器に流れる電流との関係を調べる。

スイッチ S を 0, 1, 2, 3, 4 の順に切り換えると，抵抗器に加わる電圧 V [V] は，0, 10, 20, 30, 40 [V] と段階的に変化し，それぞれの場合の回路電流の大きさ I [A] を調べると，0, 1, 2, 3, 4 [A] であった。

この電圧と電流の関係をグラフに表すと，図 (b) に示すように原点を通る直線となる。すなわち，電流は電圧に比例し，次のように表される。

$$I=\frac{V}{R} \qquad (7)$$

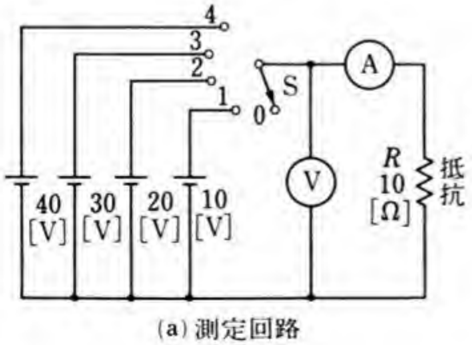
または，

$$I=GV \qquad (8)$$

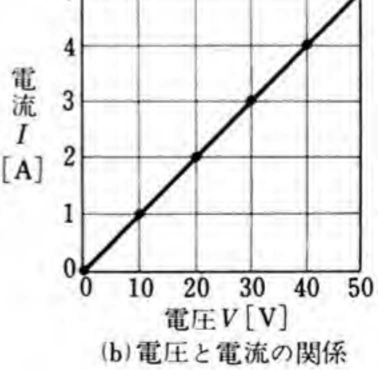
この関係を**オームの法則** (Ohm's law) という。

時間とともに電圧が変わっても，それに応じて電流が変わり，同

図 8 オームの法則



(a) 測定回路



(b) 電圧と電流の関係

一物質である限り，任意の時刻において，オームの法則がなりたっている。

(7) における R は，電流の流れにくさを表す電気的な量であると考え，これを**電気抵抗** (electric resistance) または単に**抵抗**という。

電気抵抗の大きさを示す単位には，**オーム** (ohm, 単位記号 Ω) が使われる。

1 [Ω] は，1 [V] の電圧を加えたときに 1 [A] の電流が流れる電気抵抗である。

電気抵抗の単位は [Ω] のほかに，キロオーム [kΩ]，メガオーム [MΩ] がよく使われる。それらの関係を表2に示す。

表 2 電気抵抗の単位

単位	単位記号	単位の関係
オーム	Ω	
キロオーム	kΩ	1 [kΩ] = 1 000 [Ω] = 10^3 [Ω]
メガオーム	MΩ	1 [MΩ] = 1 000 000 [Ω] = 10^6 [Ω]

(7)，(8) から，$G=\dfrac{1}{R}$ という関係がなりたつ。G は**コンダクタンス** (conductance) とよばれ，単位には**ジーメンス** (siemens, 単位記号 S) が使われる。コンダクタンス G [S] は，電流の流れやすさを表す量である。

問 6. ある抵抗に 100 [V] の電圧を加えると，5 [A] の電流が流れた。この抵抗は何オームか。

問 7. 50 [Ω] の抵抗に 100 [V] の電圧を加えたら，何アンペアの電流が流れるか。

問 8. 10 [Ω] の抵抗に 20 [A] の電流が流れている。抵抗に加わっている電圧は何ボルトか。

問 9. 100 [Ω] の抵抗のコンダクタンスは何ジーメンスか。

問 10. ある抵抗に 100 [V] の電圧を加えたら, 10 [A] の電流が流れた。95 [V] の電圧を加えたら，何アンペアの電流が流れるか。

問 11. 抵抗 1 [kΩ] に電圧 1 [V] を加えたとき，抵抗に流れる電流はいくらか。抵抗 1 [MΩ] に電圧 1 [V] を加えたときの電流はいくらか。

問 12. 図 9 に示されている器具を使って，抵抗に加わる電圧と流れる電流を測定する回路を完成させよ。

問 13. 問 12 で完成した回路で，電圧計 V が 100 [V] を示し，電流計 A が 2 [A] を示したという。抵抗は何オームか。また，これをコンダクタンスで表すと何ジーメンスか。

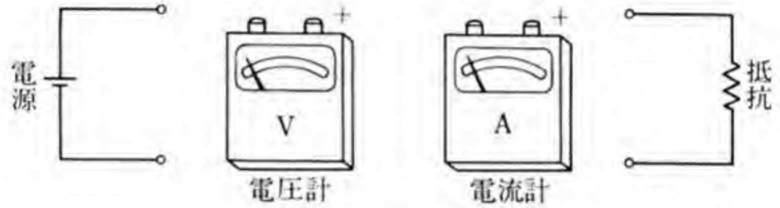


図 9

オーム (Georg Simon Ohm 1787～1854)　ドイツの物理学者。

錠(じょう)前職人の子として生まれ，少年時代に父から数学を学んだ。産業革命という急変する社会を背景に苦しい生活を送ったが，1826 年 "オームの法則" を確立し，これを詳しく述べた本を出版した。しかし，当時のドイツの学界には受け入れられず，不遇であった。後年，この本はイギリスなど国外でふたたび出版され，その偉大な業績をたたえる数々の栄誉が与えられるに至った。その結果，ようやく自国での評価も高まり，ニュールンベルグの工業学校長からミュンヘン大学の教授になったが，このときすでに 60 歳を過ぎていた。

電気抵抗の単位オーム [Ω] は，彼の名によっている。

3. 抵抗の直列接続

電気回路を組み立てるとき，負荷として抵抗器を1個だけ使う場合もあるが，一般にはいくつかの抵抗器を接続して使うことが多い。

抵抗器の接続の中には，直列接続と並列接続がある。ここでは，直列接続について調べる。

(1) 抵抗の直列接続

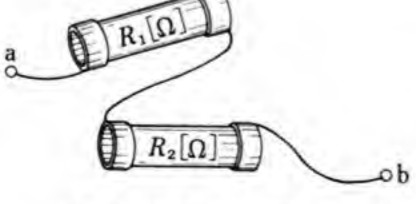
図10(a)は，一つの抵抗器の一端をもう一つの抵抗器の一端と接続している。この接続を**直列接続**（series connection）という。図(b)は，直列接続を図記号を使って表したものである。

図11に示す回路は，抵抗 R_1, R_2 [Ω] を直列に接続したものである。この回路に流れる電流は，途中で分かれたり，加わったりすることがない。したがって，電流の連続性から，各抵抗に流れる電流は，いずれも I [A] に等しい。そこで，図に示すように，各抵抗に生じる電位差を V_{12}, V_{23} [V] とすれば，オームの法則から次の関係がなりたつ。

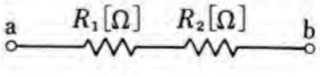
$$V_{12}=R_1I,\quad V_{23}=R_2I \qquad (9)$$

したがって，各抵抗に生じる電位差の比をとると，次の結果が得られる。

図10 抵抗の直列接続



(a) 抵抗器の直列接続



(b) 図記号

$$V_{12} : V_{23} = R_1 : R_2 \qquad (10)$$

各抵抗に生じる電位差の比は，各抵抗値の比に等しい。

図の場合には，抵抗全体に生じる電位差 V_{13} [V] は，(5) から，V_{12}，V_{23} [V] の和に等しく，したがって (9) から，次のように表される。

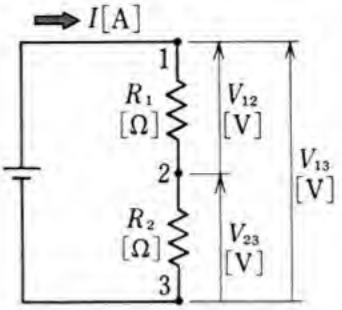


図 11 抵抗の直列接続

$$V_{13} = V_{12} + V_{23} = R_1 I + R_2 I \qquad (11)$$

問 14. 図 12 (a) に示す回路において，V_{12}，V_{23}，V_{13} [V] を求めよ。

問 15. 図 12 (b) に示す回路において，R_1 [Ω]，V_{23}，V_{13} [V] を求めよ。

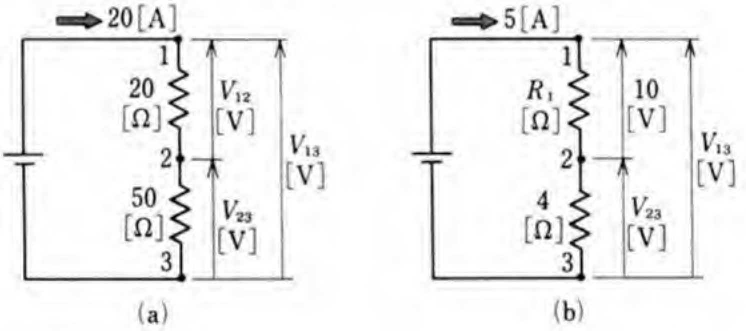


図 12

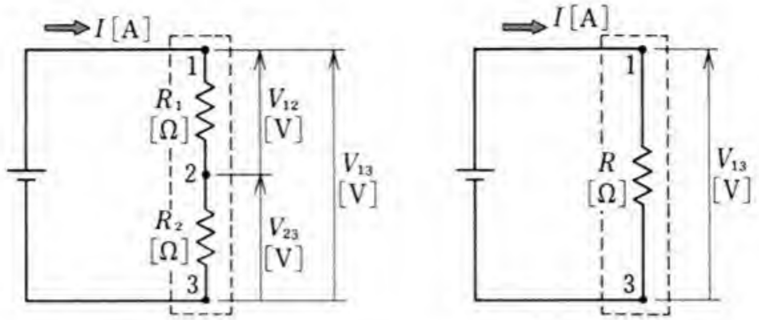
(2) 抵 抗 の 合 成

図 13 (a) の回路に，電位差 V_{13} [V] が生じているとき，電流 I [A] が流れたとすれば，次の関係がなりたつ。

$$V_{13} = (R_1 + R_2) I \qquad (12)$$

一方，図 (b) に示す回路に，同じ電位差 V_{13} [V] が生じているとき，やはり同じ電流 I [A] が流れたとすれば，次の関係がなりたつ。

$$V_{13} = RI \qquad (13)$$



(a) 抵抗の直列接続 (b) (a)回路の等価回路

図 13 抵 抗 の 合 成

(12) と (13) から，次の関係がなりたつ。

$$R=R_1+R_2 \tag{14}$$

この R[Ω] を，抵抗 R_1, R_2[Ω] の直列接続の **合成抵抗** という。

図 (a) と図 (b) で示される回路のように，任意の電圧を加えたときに，つねに等しい電流が流れる両回路は，互いに**等価** (equivalent) であるという。図 (b)の回路は，図 (a)の回路の**等価回路** (equivalent circuit) という。

問 16. 10 [Ω] の抵抗器 2 個を直列に接続したときの合成抵抗を求めよ。

問 17. 10 [Ω]，20 [Ω]，30 [Ω] の抵抗器を直列に接続したときの合成抵抗を求めよ。

問 18. 図 13 (a) の回路において，R_1=5 [Ω]，R_2=7 [Ω]である。合成抵抗 R[Ω]はいくらか。V_{13}=120 [V] のとき，電流 I [A] はいくらか。このとき，V_{12}, V_{23} [V] は，それぞれいくらか。

(3) 電 圧 降 下

図14に示す回路において，電源の起電力をE[V]，点2の電位を0[V]とすれば，点1の電位はE[V]である。スイッチS_1, S_2を入れると，回路に電流I[A]が流れ，そのときの点a, b, c, dの電位をそれぞれV_a, V_b, V_c, V_d[V]とする。点aの電位は点1の電位に等しく，$V_a=E$[V]であり，点dの電位は点2の電位と等しく，$V_d=0$[V]である。

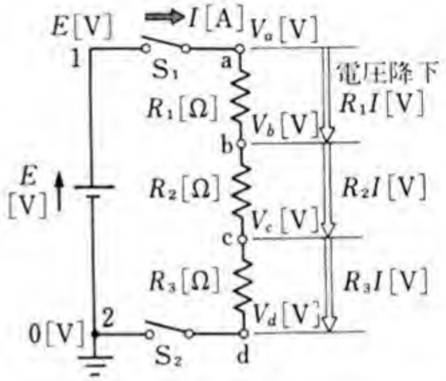


図14 電 圧 降 下

点a, b間には，オームの法則から，次の関係がある。

$$E-V_b=R_1I$$

ゆえに，

$$V_b=E-R_1I \qquad (15)$$

(15)からわかるように，回路に電流I[A]が流れることによって，点bの電位V_b[V]は，点aの電位E[V]よりR_1I[V]だけ低くなる。このR_1I[V]をa, b間の**電圧降下**（voltage drop）という。電圧降下は，抵抗と，その抵抗を流れる電流との積で表される。抵抗に電流が流れると，必ず電圧降下を生じる。電圧降下の向きは，抵抗が正だから電流の向きと同じである。

図14に示す回路のスイッチを切ると，電流が流れなくなる。スイッチS_1だけを切ったときには，点a, b, c, dの電位はいずれも点2の電位0[V]と等しくなり，S_2だけを切ったときには，点1の電位E[V]と等しくなる。このことからわかるように，電流が流れないときには，電圧降下は生じない。また，S_1, S_2ともに切ったときにはa, b, c, dは等電位であるが，電位は定まらない。

問 19. 図 14 の回路において，$V_a=120$ [V]，$R_1=R_3=0.1$ [Ω]，$I=50$ [A] のとき，a, b 間および c, d 間の電圧降下を求めよ。

問 20. 図 14 の回路で，b, c 間および b, d 間の電圧降下はいくらか。

電源内部の電圧降下　電源に負荷を接続すると，回路に電流が流れる。この電流は，電源の内部では－端子から＋端子へ流れる。電源の－端子に対する＋端子の電位差を**電源の端子電圧**（terminal voltage for electric source）という。電源の端子電圧は，電流が流れるとわずかに低くなる。その理由は，電源の内部に抵抗があって，それによる電圧降下が原因していると考える。その内部の抵抗を**内部抵抗**（internal resistance）という。

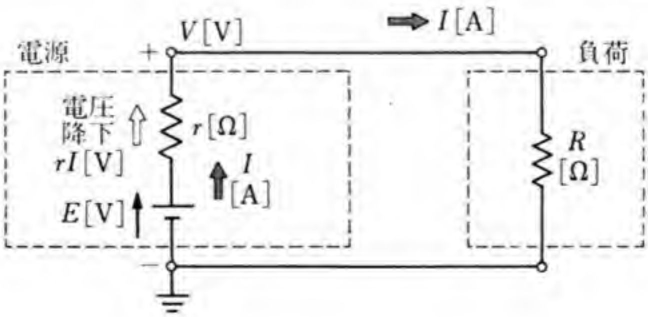
図 15 の回路において，電源の起電力を E[V]，内部抵抗を r [Ω]，回路に流れる電流を I[A] とすれば，電源の端子電圧 V[V] は，

$$V=E-rI \tag{16}$$

で表される。この rI[V] は，電源の内部抵抗による電圧降下である。電流が流れていないときの端子電圧は，(16) から明らかなように，起電力と等しい。

電流が大きくなると，電源の内部抵抗による電圧降下が大きくな

図 15　電源内部の電圧降下



り，端子電圧が低くなる。内部抵抗がきわめて小さな電源は，電圧降下も小さいので，端子電圧は起電力とほぼ等しい。

問 21. 起電力 E が 100 [V]，内部抵抗 r が 0.05 [Ω] の電源がある。電源に流れる電流 I が 100 [A] のとき，電源の端子電圧 V [V] はいくらか。また，I が 10 [A] のとき，V [V] はいくらか。

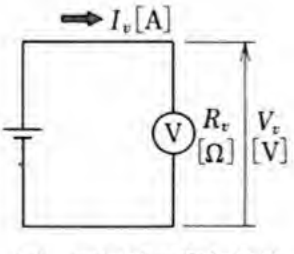
問 22. 回路に 5 [A] の電流が流れているときの電池の端子電圧は 0.7 [V] であり，2 [A] の電流が流れているときの端子電圧は 1.0 [V] であった。電池の内部抵抗 r [Ω] はいくらか。また，電池の起電力 E[V] はいくらか。

4. 電圧計の内部抵抗と倍率器

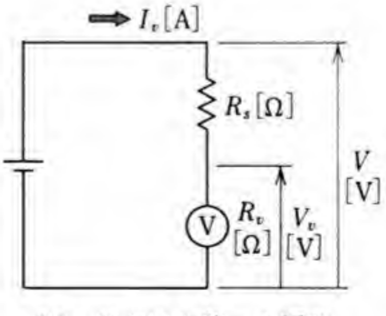
図 16 (a) に示すように，電圧計 V を電源に接続して，電圧を測定しているとき，電圧計 V には，わずかながら電流 I_v[A] が流れる。電源の端子電圧，すなわち電圧計に加わる電圧 V_v[V] と電流 I_v[A] との比 R_v[Ω] は，**電圧計の内部抵抗**であり，次のように表される。

$$R_v=\frac{V_v}{I_v} \qquad (17)$$

図 16 倍率器の回路



(a) 電圧計の内部抵抗



(b) 倍率器を使った回路

次に，図(b)に示すように，電圧計に直列に，抵抗 R_s[Ω] を接続した回路について考える。電圧計に加わる電圧を V_v[V] とすると，図において，電流 I_v[A] は，次のように表される。

$$I_v=\frac{V}{R_s+R_v}=\frac{V_v}{R_v} \qquad (18)$$

電源の端子電圧 V[V] と，電圧計に加わる電圧 V_v[V] との比を m とすると，m は次のように表される。

$$m=\frac{V}{V_v}=\frac{R_s+R_v}{R_v} \qquad (19)$$

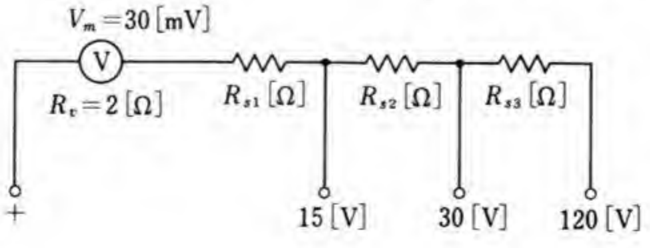
ゆえに，抵抗 R_s[Ω] は，次のように表される。

$$R_s=R_v(m-1) \qquad (20)$$

(19) に示す原理を使うと，電圧計の測定範囲を拡大することができる。電圧計の最大目盛を V_m[V]，内部抵抗を r_v[Ω]，測定に必要な最大目盛を mV_m[V] とすれば，図(b)に示す抵抗 R_s の値を (20) から求めればよい。つまり，R_s を使うことによって，測定範囲を m 倍したことになる。R_s の働きをする抵抗器を**倍率器** (multiplier) といい，m をその**倍率** (multiplying factor) という。

電圧計には，端子によって何通りかの最大目盛が選べる電圧計がある。このような電圧計を**多重範囲電圧計**という。多重範囲電圧計の最大目盛には，15, 30, 120[V] のものがよく使われている。＋端子は共通で，－端子にはそれぞれの最大目盛が書いてある。図17

図 17　多重範囲電圧計の回路図



は多重範囲電圧計の回路図で，R_{s1}, R_{s2}, R_{s3} は電圧計の内部に収められている倍率器の抵抗である。

例題 1. 最大目盛 150 [V]，内部抵抗 150 [kΩ] の電圧計に倍率器 R_s[Ω] を接続して，最大目盛 300 [V] の電圧計を作りたい。R_s の値をいくらにすればよいか。

解答 $R_s = R_v(m-1) = 150 \times (2-1) = 150$ [kΩ]

問 23. 最大目盛 $V_m = 20$ [mV]，内部抵抗 $R_v = 1$ [Ω] の電圧計がある。最大目盛 1 [V] の電圧計にするには，倍率器の抵抗 R_s をいくらにすればよいか。この 1 [V] の電圧計の内部抵抗 ($R_s + R_v$) はいくらか。

問 24. 図 17 の多重範囲電圧計の最大目盛を，図に示すように，15, 30, 120 [V] とするためには，倍率器の抵抗 R_{s1}, R_{s2}, R_{s3} をいくらにすればよいか。

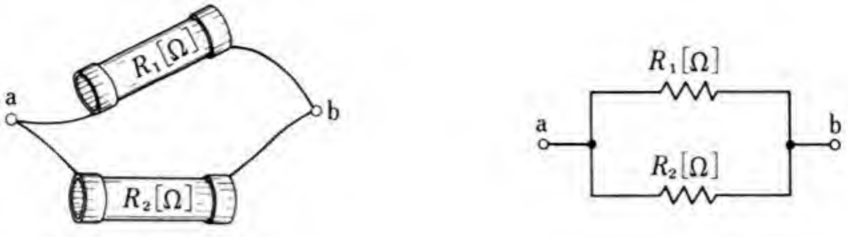
5. 抵抗の並列接続

ここでは，まず抵抗の並列接続と，抵抗の接続の応用について調べ，次に分流器・ホイートストンブリッジについて学ぶ。

（1） 抵抗の並列接続

図 18 (a) は，各抵抗器の一端を接続し，他端も同様に接続している。この接続を**並列接続** (parallel connection) という。図 (b) は，並列接続を図記号を使って表したものである。

図 19 に示す抵抗 R_1, R_2[Ω] の並列接続において，各抵抗に生じる電位差は等しく，V_{12} [V] であるから，各抵抗に流れる電流 I_1, I_2 [A] は，オームの法則から，次のように表される。



(a) 抵抗器の並列接続　　(b) 図記号

図 18　抵抗の並列接続

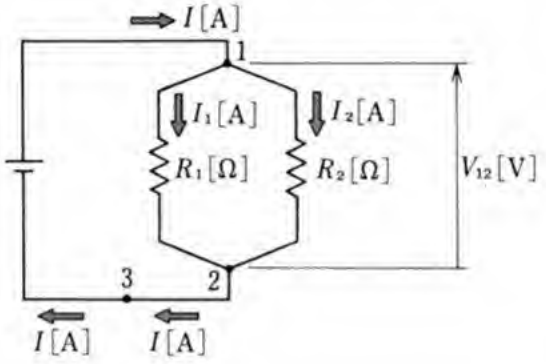


図 19　抵抗の並列接続

$$I_1=\frac{V_{12}}{R_1},\qquad I_2=\frac{V_{12}}{R_2} \tag{21}$$

各抵抗に流れる電流の比を作ると，次の結果が得られる。

$$I_1 : I_2=\frac{1}{R_1} : \frac{1}{R_2} \tag{22}$$

すなわち，各抵抗に流れる電流の比は，それぞれの抵抗値の逆数の比に等しい。また，電源から流れ出る全電流 I [A] は，各抵抗に流れる電流の和に等しいから，次のように表される。

$$I=I_1+I_2 \tag{23}$$

(23) は，図 19 に示す点 1，点 2 において，流れ込む電流は流れ出る電流に等しいことを意味している。これは，電流の連続性によ

るもので，**キルヒホッフ* の第1法則**とよばれている。キルヒホッフの第1法則は，じつは点3など任意の点でなりたつのである。

流れ込む電流を正，流れ出る電流を負と約束すれば，キルヒホッフの第1法則は，「任意の点に流れ込む電流の総和は0である」と言い表すことができる。

問 25. 図20(a)に示す回路で，各抵抗に流れる電流および全電流を求めよ。

問 26. 図20(b)に示す回路で，r_1[Ω]，I_2，I[A]を求めよ。

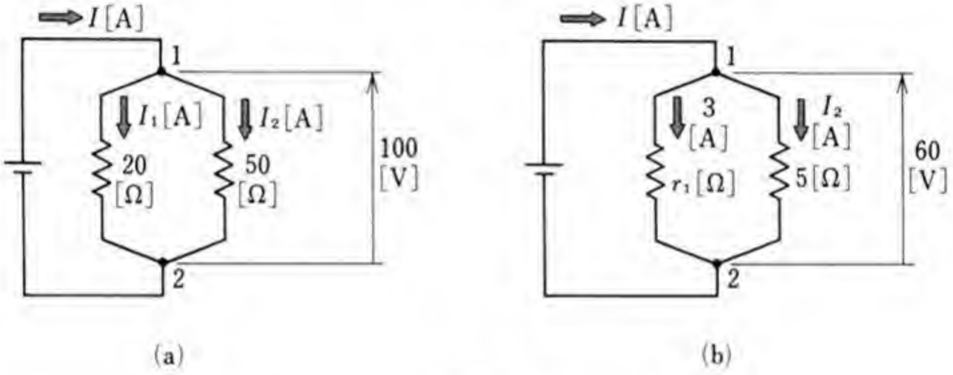


図 20

(2) 抵抗の合成

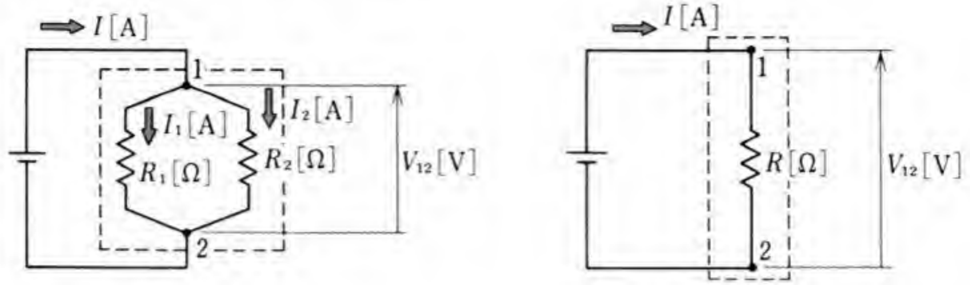
図21(a)の回路の点1，点2で，キルヒホッフの第1法則がなりたつことから，電位差 V_{12}[V]と電源から流れ出る全電流 I[A]との間には，次の関係がある。

$$I=I_1+I_2=\frac{V_{12}}{R_1}+\frac{V_{12}}{R_2}=V_{12}\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right) \qquad (24)$$

一方，図(b)の回路が，図(a)の回路と等価であれば，V_{12}[V]と I[A]の間には，次の関係がある。

$$I=\frac{V_{12}}{R} \qquad (25)$$

* Gustav Robert Kirchhoff，1824～1887，ドイツ。



(a) 抵抗の並列接続　　(b) (a)の等価回路

図 21 抵抗の合成

(24) と (25) から,

$$\frac{1}{R}=\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2} \tag{26}$$

が導かれるから,

$$R=\frac{R_1R_2}{R_1+R_2} \tag{27}$$

である。R[Ω] は, 抵抗 R_1, R_2[Ω] の並列接続の **合成抵抗** である。

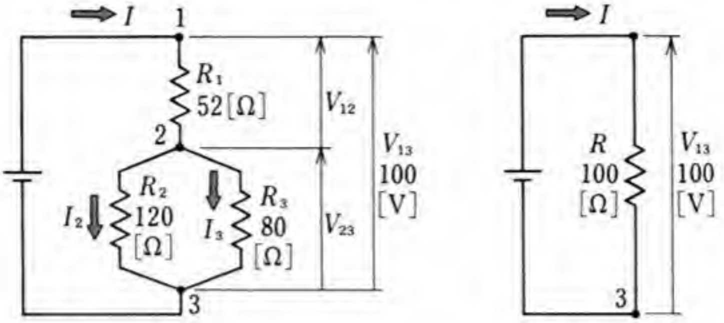
問 27. 20 [Ω] の抵抗器 2 個を並列に接続してある。その合成抵抗はいくらか。

問 28. 20 [Ω] と 40 [Ω] の抵抗器を並列に接続すると, その合成抵抗はいくらになるか。

問 29. R_1 [Ω], R_2 [Ω], R_3 [Ω] の抵抗器を並列接続したときの合成抵抗は $\dfrac{R_1R_2R_3}{R_1R_2+R_2R_3+R_3R_1}$ になることを確かめよ。

(3) 抵抗の接続の応用

図 22 (a) に示す回路は, 抵抗 R_2, R_3 [Ω] を並列に接続し, それと抵抗 R_1 [Ω] を直列に接続したものである。このような回路における各部の電圧と電流は, 前に学んだ抵抗の直列接続や並列接続の計算方法を応用して求めることができる。



(a) もとの回路　　(b) 等価回路

図 22　抵抗の接続の応用

> **例題 2.**　図 22 (a) の回路を流れる電流 I, I_2, I_3 [A] を求めよ。

解答 図 (a) の R_2, R_3 の並列接続部分の合成抵抗 R' [Ω] の逆数は，

$$\frac{1}{R'}=\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}=\frac{1}{120}+\frac{1}{80}=\frac{1}{48}\,[\mathrm{S}]$$

だから，$R'=48$ [Ω] である。ゆえに，R_1 と R' の合成抵抗を R [Ω] とすれば，

$$R=52+48=100\ [\Omega]$$

である。

したがって，図 (a) の等価回路は，図 (b) で示される。ゆえに，図 (a) の回路の I [A] は，図 (b) の回路の I [A] で求められる。図 (b) の回路の I [A] を求めると，

$$I=\frac{V}{R}=\frac{100}{100}=1\ [\mathrm{A}]$$

である。

したがって，図 (a) の回路の電圧降下 R_1I [V]，$R'I$ [V] は，

$$R_1I=52\times1=52\ [\mathrm{V}],\qquad R'I=48\times1=48\ [\mathrm{V}]$$

と計算される。ゆえに，

$$I_2=\frac{R'I}{R_2}=\frac{48}{120}=0.4\ [\mathrm{A}],\qquad I_3=\frac{R'I}{R_3}=\frac{48}{80}=0.6\ [\mathrm{A}]$$

である。

問 30．図22(a)において，$R_1=50$ [Ω]，$R_2=R_3=100$ [Ω] であるという。回路を流れる電流 I [A] を求めよ。

問 31．図23において，回路を流れる電流 I_1, I_2, I_3 [A] を求めよ。

問 32．1 [kΩ]，2 [kΩ]，3 [kΩ] の三つの抵抗がある。これらの三つの抵抗の接続のしかたを変えて，いろいろな抵抗値をもった合成抵抗を作りたい。全部で何種類の合成抵抗を作ることができるか。それらの抵抗値を列記せよ。

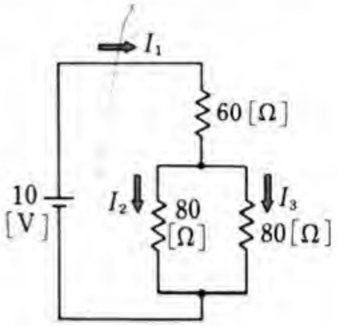


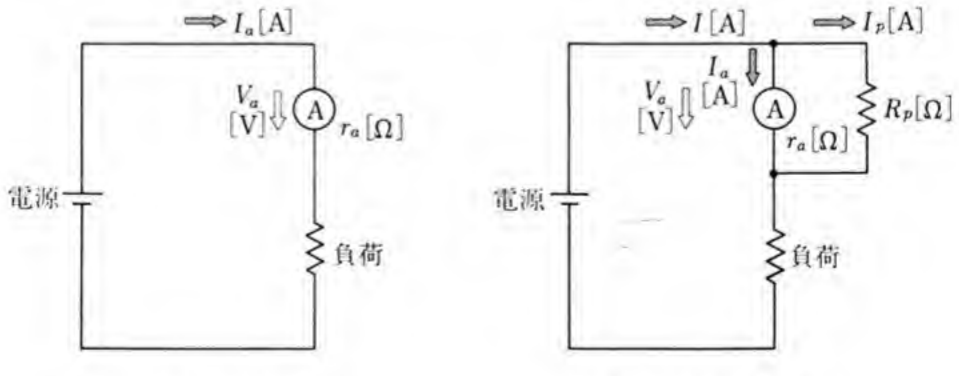
図 23

(4) 電流計の内部抵抗と分流器

図24(a)のように，電気回路に電流計 A を接続して，電流を測定しているとき，電流計 A の両端には，わずかながら電圧降下 V_a [V] を生じている。電流計に流れる電流を I_a [A] とすれば，V_a [V] と I_a [A] との比 r_a [Ω] は，**電流計の内部抵抗**であり，次のように表される。

$$r_a=\frac{V_a}{I_a} \tag{28}$$

図 24　分流器を使った回路



(a) 電流計の内部抵抗　　(b) 分流器の回路

次に，図(b)のように，電流計Aと並列に，抵抗 R_p[Ω] を接続した回路について考える。図において，電源からの電流を I[A]，R_p に流れる電流を I_p[A]，電流計Aに流れる電流を I_a[A] とすれば，電流計の両端の電圧 V_a[V] は，次のように表される。

$$V_a = R_p I_p = r_a I_a = \frac{r_a R_p}{r_a + R_p} I \qquad (29)$$

測定したい電流すなわち**被測定電流** I[A] と，電流計Aに流れる電流 I_a[A] との比 m は，次のように表される。

$$m = \frac{I}{I_a} = \frac{r_a + R_p}{R_p} \qquad (30)$$

ゆえに，抵抗 R_p[Ω] は，次のように表される。

$$R_p = \frac{r_a}{m-1} \qquad (31)$$

(30) に示す原理を使うと，電流計の測定範囲を拡大することができる。

電流計の最大目盛を I_m[A]，内部抵抗を r_a[Ω]，測定に必要な最大電流を mI_m[A] とすれば，図24(b)に示す抵抗 R_p の値を (31) から求めた値にすればよい。ここで，この R_p を使うことによって，測定範囲を m 倍にしたことになるので，この抵抗器 R_p を**分流器** (shunt) といい，m をその**倍率**という。

例題 3. 最大目盛 20[mA]，内部抵抗 9[Ω] の電流計に分流器 R_p[Ω] を接続して，最大目盛 200[mA] の電流計を作りたい。R_p の値をいくらにすればよいか。

解答 $R_p = \dfrac{R_a}{m-1} = \dfrac{9}{10-1} = 1$ [Ω]

問 33. 内部抵抗 2 [Ω]，最大目盛 20 [mA] の電流計に分流器を接続して，最大目盛 0.1 [A] の電流計を作りたい。分流器の倍率 m はいくらか。分流器の抵抗 R_p [Ω] はいくらか。また，この最大目盛 0.1 [A] の電流計の内部抵抗はいくらになるか。

問 34. 内部抵抗 2.5 [Ω]，最大目盛 0.1 [A] の電流計がある。25 [mΩ] の抵抗を分流器として使うと，電流計の最大目盛はいくらになるか。

(5) ホイートストンブリッジ

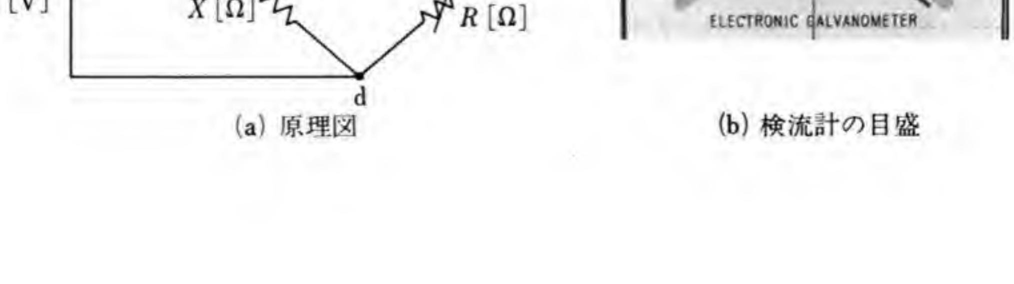
抵抗を測定するには，いろいろな方法があるが，精密に測定するときには，ホイートストンブリッジが使われる。

図 25 (a) は**ホイートストンブリッジ** (Wheatstone bridge) とよばれる回路の原理図である。ホイートストンブリッジは，抵抗 P, Q, R, X, 検流計，電源，スイッチ S_1, S_2 からできている。

P [Ω]，Q [Ω] は，1，10，…，1000 [Ω] のうち，どれかを選ぶことができ，R [Ω] は 0.1～100000 [Ω] の範囲内で，0.1 [Ω] のステップで調整できる可変抵抗である。

また，**検流計** (galvanometer) は，図 25 (b) のように，中央に指針があり，電流が＋端子から内部を通って－端子へ流れると，指針が右に振れ，逆向きに流れると左に振れる計器で，感度が高い。

図 25　ホイートストンブリッジ



(a) 原理図　　(b) 検流計の目盛

抵抗の測定　図25(a)の回路で，検流計は，＋端子がa側，－端子がb側になるように接続する。スイッチS_2を切ったとき，抵抗P[Ω]，X[Ω]に流れる電流をI_1[A]，Q[Ω]，R[Ω]に流れる電流をI_2[A]とする。

スイッチS_2を切ったとき，$XI_1>RI_2$であれば，電位差V_{ab}は，$V_{ab}=XI_1-RI_2>0$となる。したがって，スイッチS_2を入れると，電流が点aから点bの向きに流れるから，検流計の指針は右に振れる。

スイッチS_2を切り，可変抵抗R[Ω]を調整し，$XI_1<RI_2$とすれば，電位差V_{ab}は，$V_{ab}=XI_1-RI_2<0$となる。したがって，スイッチS_2を入れると，電流が点bから点aの向きに流れるから，検流計の指針は左に振れる。

したがって，Rを調整することによって，S_2を入れたまま，検流計の指針の振れを0にすることができる。このとき，ブリッジは**平衡**（balance）しているといい，

Pの両端の電位差V_{ca}は，Qの両端の電位差V_{cb}に等しいから，

$$PI_1=QI_2$$

Xの両端の電位差V_{ad}は，Rの両端の電位差V_{bd}に等しいから，

$$XI_1=RI_2$$

となる。

ゆえに，
$$\frac{I_2}{I_1}=\frac{P}{Q}=\frac{X}{R} \qquad (32)$$

ゆえに，
$$X=\frac{P}{Q}R \qquad (33)$$

(33)の関係を**ホイートストンブリッジの平衡条件**という。

また，P，Q，Rは抵抗値が明示されているので，(33)からX[Ω]を計算することができる。

問 35.　図25(a)の回路で，スイッチ S_2 を入れると検流計の指針が左に振れたという。検流計の振れを0に近づけるには，可変抵抗 R [Ω] の値を大きくすればよいか，小さくすればよいか。

問 36.　図25(a)の回路で，ブリッジが平衡したとき，$P=10$ [Ω]，$Q=100$ [Ω]，$R=1683$ [Ω] であった。抵抗 X [Ω] はいくらか。

6. キルヒホッフの法則

網の目のように複雑な回路を**回路網** (network) という。回路網の各部分を流れる電流を求めるとき，キルヒホッフの第1法則と，これから学ぶ第2法則を使うと便利である。

ここでは，キルヒホッフの第2法則を学び，第1法則と併せて，回路網の各部分を流れる電流を求める方法について調べる。

(1) キルヒホッフの第2法則

図26の回路において，例えば，1→2→3→6→1，1→2→3→4→5→6→1で表される回路のように，一巡して閉じている回路を**閉回路** (closed path) という。

図 26　キルヒホッフの第2法則

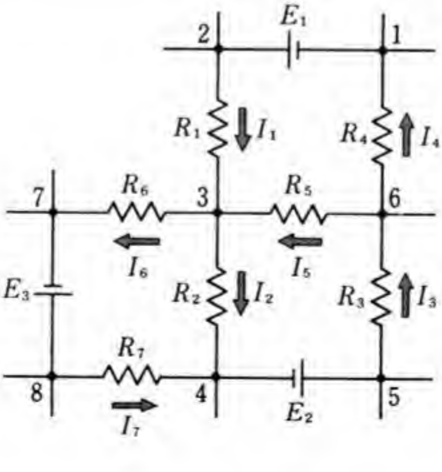


図 26 の回路網に存在する電源の起電力を E_1, E_2, E_3 [V]，抵抗を $R_1, R_2, \cdots, R_7$ [Ω] とする。各抵抗を流れる電流は $I_1, I_2, \cdots, I_7$ [A] で，矢印の向きに流れるものとする。

閉回路 1→2→3→4→5→6→1 について，隣り合う点の間の電位差を調べる。電源の起電力は，負極に対する正極の電位差で表されるから，

$$V_{21}=E_1,\ V_{54}=E_2 \qquad (34)$$

オームの法則から，

$$\left.\begin{array}{l} V_{23}=R_1I_1,\ V_{34}=R_2I_2, \\ V_{56}=R_3I_3,\ V_{61}=R_4I_4 \end{array}\right\} \qquad (35)$$

が得られる。閉回路に沿って，順次電位差を加えると，

$$V_{12}+V_{23}+V_{34}+V_{45}+V_{56}+V_{61}=V_{11}=0 \qquad (36)$$

となる。$V_{12}=-V_{21}=-E_1$，$V_{45}=-V_{54}=-E_2$ であることから，(36) に，(34)，(35) を代入すると，

$$-E_1+R_1I_1+R_2I_2-E_2+R_3I_3+R_4I_4=0$$

ゆえに，

$$E_1+E_2=R_1I_1+R_2I_2+R_3I_3+R_4I_4 \qquad (37)$$

が得られる。

じつは，これらのことは，任意の閉回路についていえるのである。すなわち，「任意の閉回路に含まれる電源の起電力の総和は，電圧降下の総和に等しい。」これが**キルヒホッフの第 2 法則**である。

(2) 回路の計算

回路網にキルヒホッフの第 2 法則を適用するときには，次のようにする。まず，回路網の抵抗に流れる電流の正の向きを任意に決める。次に，適用する閉回路ごとに，回路をたどる向きを任意に決める。その回路の中で，回路をたどる向きと起電力 E [V] の向きが逆である場合には，起電力を $-E$ [V] とする。また，回路をたど

る向きと電流 I[A] の正の向きが逆である場合には，抵抗による電圧降下を $-RI$[V] とする。このようにして求めた起電力や電圧降下の値を第2法則に適用する。

例題 4. 図27の回路に流れる電流の正の向きを図のように決める。電流 I_1, I_2, I_3[A] を求めよ。

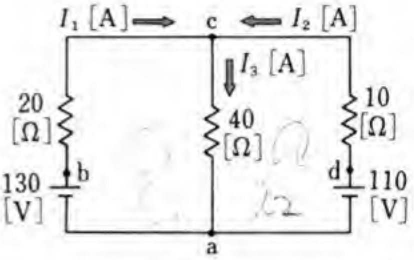


図 27

解答 点 c に第1法則を適用すると，① が得られる。

$$I_1+I_2=I_3 \quad ①$$

(流れ込む電流)=(流れ出る電流)

閉回路 a→b→c→a に第2法則を適用すると，② が得られる。

$$130=20I_1+40I_3 \quad ②$$

(起電力の和)=(電圧降下の和)

閉回路 a→d→c→a に第2法則を適用すると，③ が得られる。

$$110=10I_2+40I_3 \quad ③$$

(起電力の和)=(電圧降下の和)

① を ②, ③ に代入して I_3 を消去すると，

$$130=60I_1+40I_2 \quad ②'$$

$$110=40I_1+50I_2 \quad ③'$$

②′ と ③′ から I_2 を消去すると，$I_1=1.5$ [A]

I_1 の値を ②′ に代入すると，　$I_2=1.0$ [A]

I_1, I_2 の値を ① に代入すると，　$I_3=2.5$ [A]

例題 5. 図 28 の回路に流れる電流の正の向きを図のように決める。電流 I_1, I_2, I_3 [A] を求めよ。

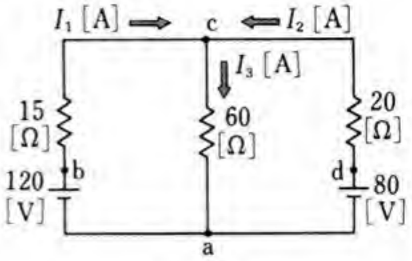


図 28

解答 点 c に第 1 法則を適用すると，① が得られる。

$$I_1+I_2=I_3 \qquad ①$$

閉回路 a→b→c→a に第 2 法則を適用すると，② が得られる。

$$120=15\,I_1+60\,I_3 \qquad ②$$

閉回路 a→d→c→a に第 2 法則を適用すると，③ が得られる。

$$80=20\,I_2+60\,I_3 \qquad ③$$

① を ②，③ に代入して I_3 を消去すると，

$$120=75\,I_1+60\,I_2 \qquad ②'$$

$$80=60\,I_1+80\,I_2 \qquad ③'$$

②′, ③′ から I_1, I_2 を求め，それを①に代入すると，次の結果が得られる。

$$I_1=2.0\,[\mathrm{A}],\quad I_2=-0.5\,[\mathrm{A}],\quad I_3=1.5\,[\mathrm{A}]$$

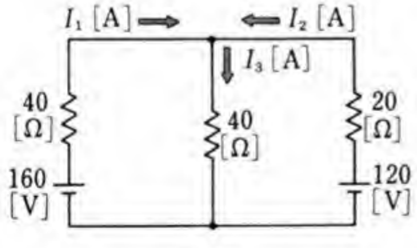


図 29

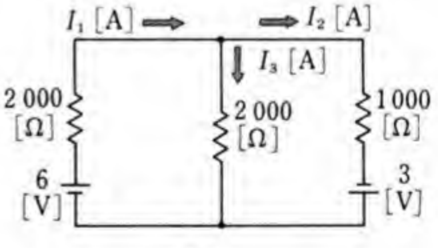


図 30

問 37. 図 29 の回路に流れる電流の正の向きを図のように決める。電流 I_1, I_2, I_3 [A] を求めよ。

問 38. 図 30 の回路に流れる電流の正の向きを図のように決める。電流 I_1, I_2, I_3 [A] を求めよ。

例題 6. 図 31 の回路に流れる電流の正の向きを図のように決める。電流 I_1, I_2, I_3 [A] を求めよ。

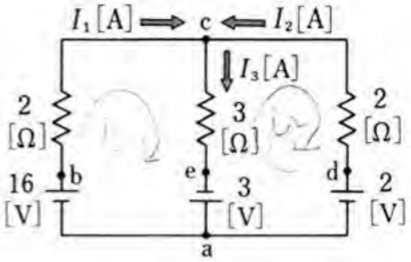


図 31

解答 1. 点 c に第 1 法則を適用すると，① が得られる。

$$I_1+I_2=I_3 \qquad ①$$

閉回路 a→b→c→e→a に第 2 法則を適用すると，② が得られる。

$$16+3=2I_1+3I_3$$

ゆえに，
$$19=2I_1+3I_3 \qquad ②$$

閉回路 a→d→c→e→a に第 2 法則を適用すると，③ が得られる。

$$2+3=2I_2+3I_3$$

ゆえに，
$$5=2I_2+3I_3 \qquad ③$$

① を ②，③ に代入して I_3 を消去すると，

$$19=5I_1+3I_2 \qquad ②'$$

$$5=3I_1+5I_2 \qquad ③'$$

②′，③′ から I_1, I_2 を求め，その値を ① に代入すると，次の結果が得られる。

$$I_1=5\,[\mathrm{A}],\quad I_2=-2\,[\mathrm{A}],\quad I_3=3\,[\mathrm{A}]$$

解答 2. 点 a に第 1 法則を適用すると，④ が得られる。

$$I_1+I_2=I_3 \qquad ④$$

閉回路 a→b→c→e→a に第 2 法則を適用すると，⑤ が得られる。

$$16+3=2I_1+3I_3$$

ゆえに，
$$19=2I_1+3I_3 \qquad ⑤$$

閉回路 a→b→c→d→a に第 2 法則を適用すると，⑥ が得られる。

$$16-2=2I_1-2I_2$$

ゆえに, $7=I_1-I_2$ ⑥

④を⑤に代入して I_3 を消去すると,

$$19=5I_1+3I_2 \quad ⑤'$$

⑥, ⑤′から I_1, I_2 を求め，その値を④に代入すると，次の結果が得られる。

$$I_1=5\,[\mathrm{A}],\quad I_2=-2\,[\mathrm{A}],\quad I_3=3\,[\mathrm{A}]$$

ここで，この二つの解き方について反省してみよう。

点aに第1法則を適用して得られた方程式は，解答2の中の④であり，点cに適用して得られた方程式は，解答1の中の①である。これらは同じ方程式である。

閉回路は，a→b→c→e→a, a→d→c→e→a, a→b→c→d→a の3通りが考えられ，これらに第2法則を適用して得られた方程式は，上記の順に②，③，⑥である。方程式②から③を引いたものが⑥の2倍であるということは，②，③，⑥のどの二つの方程式からも他の方程式を導くことができることを示している。これらの方程式の中の任意の二つは互いに独立であり，他の一つはこれら二つに従属であるという。

ところで，第1法則と第2法則は，まったく別の法則であって，第1法則を適用して得られた方程式と，第2法則を適用して得られた任意の二つの方程式は，互いに独立である。

例題6における未知数は I_1, I_2, I_3 で，その数は3であるから，方程式もその数だけ必要である。ただし，これらの方程式は互いに独立でなければならない。第1法則を適用して得られた方程式①，④は同一である。第2法則を適用して得られた②，③，⑥の中の任意の二つを選べば，これらの方程式は互いに独立である。解答1では①，②，③が選ばれ，解答2では④，②，⑥が選ばれたので

ある。したがって，同じ値が得られるのは当然である。解答2の⑤は，解答1の②と閉回路も方程式もまったく同じものである。

一般に，回路網の電流を求めるためには，回路が分岐している点や閉回路にキルヒホッフの法則を適用し，未知数の数だけ，互いに独立な方程式を選び出すことが必要である。

問 39．図32の回路において，抵抗 r_1, r_2 [Ω] と，電流 I_3 [A] の値を求めよ。

問 40．図33の回路において，電流 I_1 [A]，起電力 E [V]，抵抗 R [Ω] の値を求めよ。

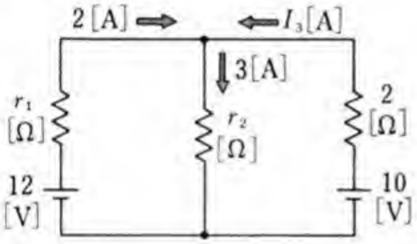


図 32

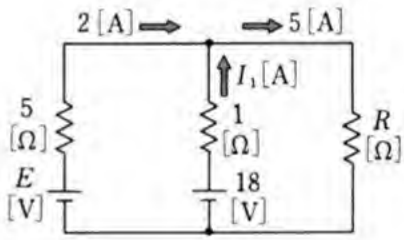


図 33

(3) 直流電位差計

直流電位差計は，直流の起電力や電圧を精密に測定する装置である。ここでは，その原理と測定法について学ぶ。

電池の起電力の測定　電池の起電力 E [V] を測定するために，図34の回路を使って，電圧計で直接読み取ろうとしても，電圧計は起電力の値を正しく示さない。電圧計には，ごくわずかであっても，指針を振らすための電流 I [A] が流れる。電池には内部抵抗 r [Ω] があり，そのため rI [V] の電圧降下を生じる。したがって，電圧計の両端の電位差 V [V] は，E [V] より rI [V] だけ小さくなる。すなわち，$V=E-rI$ である。

電池に電流が流れる限り，電池には内部抵抗があるため，それによる電圧降下は避けられない。それを避けて，電池の起電力を精密に測定するためには，電池が電流を流さない状態で，電位差を測定しなければならない。そのように工夫された計器が，直流電位差計である。

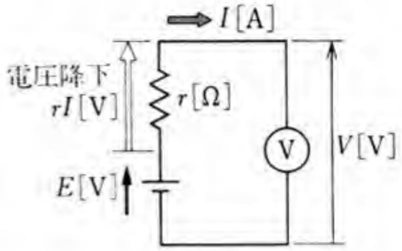


図 34　電池の起電力の測定

直流電位差計　図35は，直流電位差計の原理図である。値がわからない電池の起電力 E_x [V] を測定するために，抵抗器 R_{s1}，可変抵抗器 R, R_{s2}，起電力 E_s [V] の電池，検流計 A_1, A_2，スイッチ S を直流電源に接続する。この電源の起電力は E_0 [V] である。E_0 は，少なくとも E_s と E_x の和よりも大きくなければならない。可変抵抗器 R_{s2} の構造は，2, 3 間の抵抗は R_{s2} [Ω] で一定であるが，3，4 間，2，4 間の抵抗が可変になっている。3, 4 間の抵抗を R_{s2}' [Ω] で表すと，2, 4 間の抵抗は $R_{s2}-R_{s2}'$ [Ω] である。

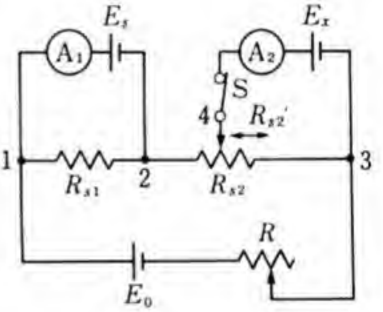


図 35　直流電位差計の原理図

図の回路で，まずスイッチ S を切った状態で，検流計 A_1 に電流が流れないように，可変抵抗 R [Ω] を調整する。このときの回路電流を I [A] とすれば，次の関係がなりたつ。

$$I=\frac{E_0}{R+R_{s1}+R_{s2}}=\frac{E_s}{R_{s1}} \qquad (38)$$

次に，スイッチSを入れて，検流計A_2に電流が流れないように，可変抵抗R_{s2}'[Ω]を調整する。スイッチSを入れたときに，回路電流が変わり，検流計A_1の指針が振れるが，検流計A_2に電流が流れないように調整が終わると，回路電流はふたたびI[A]となり，検流計A_1にも電流が流れなくなる。このとき，(38)のほかに，次の関係がなりたつ。

$$I=\frac{E_x}{R_{s2}'} \tag{39}$$

したがって，(38)と(39)から，

$$E_x=\frac{R_{s2}'}{R_{s1}}E_s \tag{40}$$

が得られる。

R_{s1}, R_{s2}'[Ω], E_s[V]の値がわかっていれば，(40)からE_x[V]を求めることができる。この原理を利用した測定器を**直流電位差計**(DC potentiometer)という。

E_s[V]には**標準電池*** が使われ，その起電力は6けた程度の詳しさでわかっている**。また，R_{s1}, R_{s2}'[Ω]の値も6けた程度の詳しさで読み取ることができる。

---

* 標準電池は，電流を流すと起電力が変化し，その回復には長い時間がかかるので，標準電圧を維持できなくなる。それで測定のときには，図36のように，抵抗値が0.1[MΩ]程度の保護抵抗を使う。また，標準電池は，振動や転倒，または急激な温度変化などによっても起電力が変化し，回復不能になることがあるから，取り扱いに注意しなくてはならない。

** 標準電池の起電力は，温度によってやや異なる。温度t[°C]のときの起電力E_s[V]は，次のように表される。

$$E_s=1.01864-40.6\times10^{-6}(t-20)-0.95\times10^{-6}(t-20)^2$$
$$+0.01\times10^{-6}(t-20)^3$$

本図 … 原理図

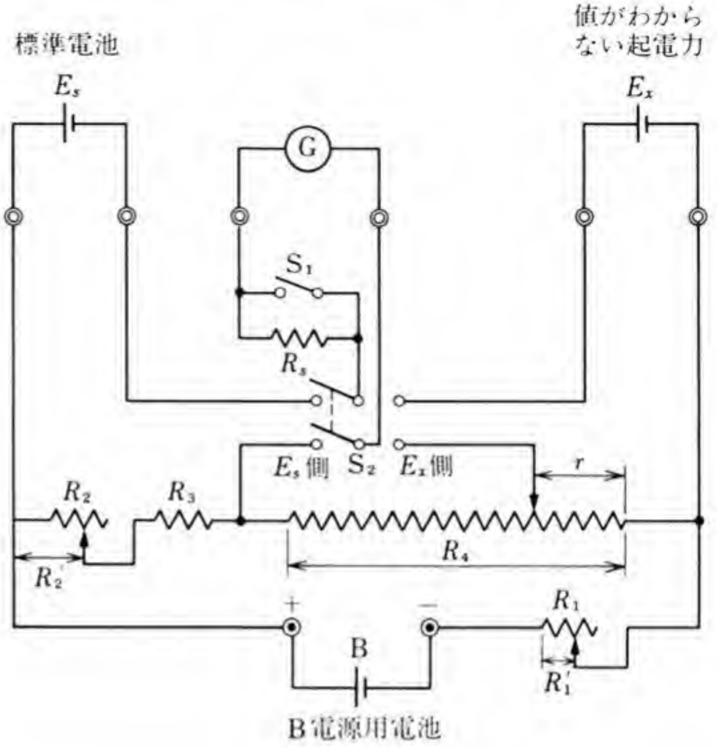
G…A_1，A_2 に相当

R_1'…R に相当

R_2', R_3 …R_{s1}に相当

R_4…R_{s2}に相当
r …R_{s2}'に相当

R_s…保護抵抗
検流計に過大な電流が流れないようにする。



測定手順

① スイッチ S_2 を E_s 側に倒し，検流計 G の指針の振れが 0 になるように，可変抵抗 R_1 [Ω] を調整する。

② S_2 を E_x 側に倒し，G の指針の振れが 0 になるように，抵抗 r [Ω] を調整する。

③ r の目盛は直接 E_x [V] の値が読み取れるようになっている。

図 36　直流電位差計の例

実際の直流電位差計では，図 36 に示すように，検流計 G を一つ使い，R_{s2}' [Ω] の値を示す標準可変抵抗器の目盛は，直接 E_x [V] の値が読み取れるようになっている。

問　　題

1.　図 37 に示す回路で，c, d 間の電圧は，a, b 間の電圧の何分の一か。

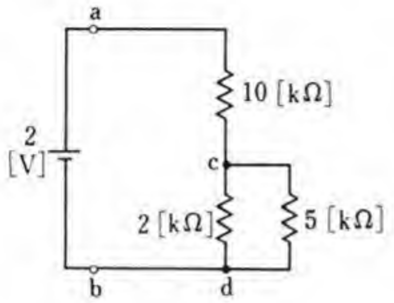


図 37

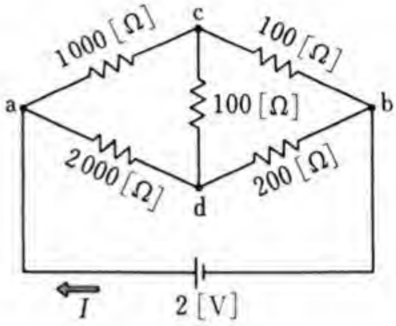


図 38

2.　図 38 に示す回路で，a, b 間の抵抗を求めよ。また，電流 I を求めよ。

3.　図 39 に示すブリッジ回路において，ブリッジが平衡しているとき，R_x はいくらか。そのとき，電流 I はいくらか。

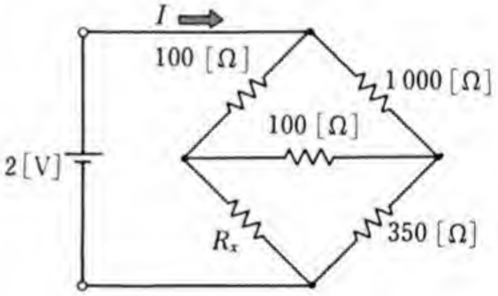
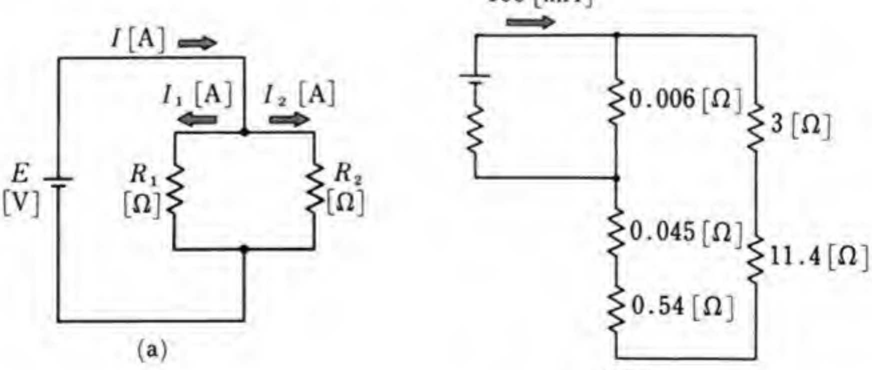


図 39



(a)　　(b)

図 40

4. 図 40 (a) に示す回路で，電流 I_1, I_2 は，次のように表されることを証明せよ。

$$I_1=\frac{R_2}{R_1+R_2}I, \qquad I_2=\frac{R_1}{R_1+R_2}I$$

また，電流 I が 10 [A]，抵抗 R_1 が 20 [Ω]，R_2 が 5 [Ω] であるという。電流 I_1, I_2 を求めよ。

5. 図 40 (b) に示す回路で，3 [Ω] の抵抗に流れる電流を求めよ。

6. 図 41 に示す回路で，電流 I_1, I_2, I_3 を求めよ。また，a, b 間の電位差 V_{ab} を求めよ。

7. 図 42 に示す回路で，a, b 間の抵抗はいくらか。また，電流 I_1, I_2 および c, d 間の電位差 V_{cd} を求めよ。

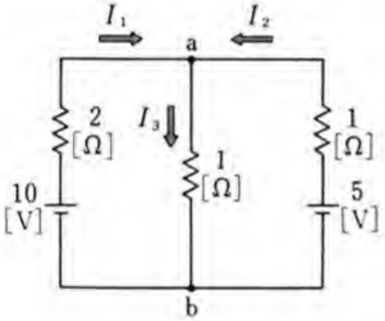


図 41

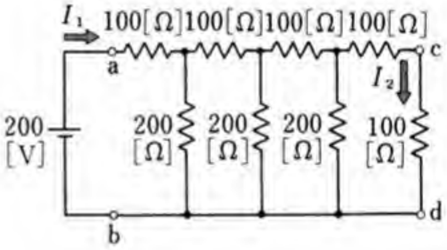


図 42

8. 内部抵抗が 0.02 [Ω] で，最大目盛が 1 [A] の電流計がある。図 43 のように，2 [A]，5 [A] の最大目盛の端子をもつ多重範囲電流計とするとき，分流器の抵抗 r_1, r_2 はいくらにすればよいか。

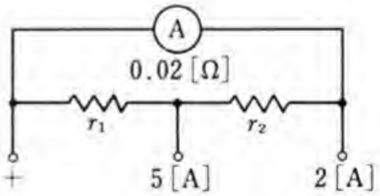


図 43

2 電力と熱エネルギー

この節の目標　抵抗に電圧を加えて電流を流すと発熱する。この発生した熱量すなわち熱エネルギーは，暖房・乾燥・焼入れ・融解など広く利用されている。この場合，発生した熱エネルギーと抵抗・電圧・電流との間には一定の関係がある。ここでは，これらのことについて学ぶ。

1. 電流の発熱作用

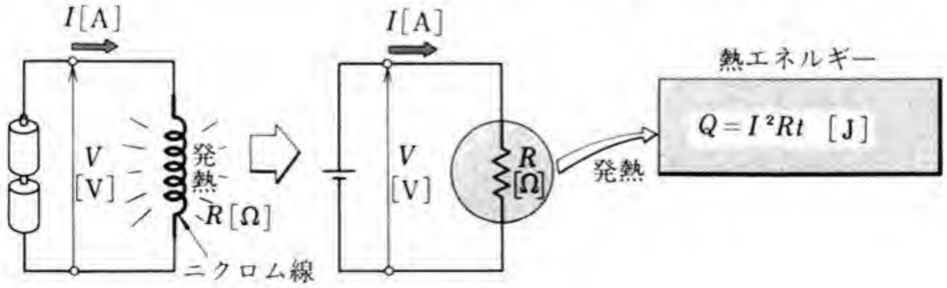
図1において，抵抗 R[Ω] に電圧 V[V] を加え，電流 I[A] が t 秒間流れるとき，発生する**熱エネルギー** (heat energy) Q[J] は，次のように表される。

$$Q=I^2Rt \qquad (1)$$

このことは，ジュールが抵抗を流れる電流によって発生する熱エネルギーを正確に調べて求めたもので，これを**ジュールの法則**(Joule's law) という。また，電流が抵抗を流れることによって発生する熱エネルギーを**ジュール熱** (Joule heat) という。

一般に，物体の温度を1[°C] だけ上昇させるために必要な熱エ

図 1　抵抗によって発生する熱エネルギー



ネルギーを，その物体の**熱容量**といい，その物体1[kg]当たりの熱容量を**比熱**という。

水の比熱は 4.19×10^3[J/(kg·°C)]である。したがって，M[kg]の水の温度を T[°C]高くするのに必要な熱エネルギー Q[J]は，次のように表される。

$$Q=4.19\times10^3MT \qquad (2)$$

問 1. 10[Ω]の抵抗に10[A]の電流を20分間流した。このとき，発生する熱エネルギーは何ジュールか。

問 2. 20[°C]の水10[kg]の温度を80[°C]まで高くするのに必要な熱エネルギーは何ジュールか。

問 3. 20[Ω]の抵抗に5[A]の電流を30分間流した。このとき，発生する熱エネルギーは何ジュールか。また，この熱エネルギーで30[°C]の水10[kg]を加熱すると，水の温度は何度になるか。

ジュール（James Prescott Joule 1818～1889） イギリスの物理学者。

1840年，電流によって抵抗に生じる熱エネルギーは，電流の2乗と抵抗の積に比例するという“ジュールの法則”を発見した。また，熱力学に関する研究を行い，1843年には，熱と機械的仕事との関係を実測した。この関係は，エネルギー保存の法則の基礎となった。

エネルギー・仕事の単位ジュール[J]は，彼の名によっている。

2. 電力量と電力

電気エネルギーは，他のエネルギー，例えば熱エネルギー，光のエネルギー，機械エネルギーなどに変換して使用される。電気エネルギーを発生したり，他の場所に送ったり，消費したりするとき，電気エネルギーの量を表すのに電力量，単位時間当たりの電気エネルギーを表すのに電力という用語が使われる。

（1）電　力　量

ジュールの法則の等式（1）からわかるように，抵抗 R[Ω] に電流 I[A] が t 秒間流れると，$Q=I^2Rt$[J] の熱エネルギーが発生する。電気はこの熱エネルギーの大きさだけ仕事をしたわけで，その仕事は I^2Rt[J] である。これが**電力量** (electric energy) である。

抵抗 R の両端の電圧を V[V] とすると，オームの法則から $V=RI$ であり，抵抗で消費される電力量 W[J] は，次のように表すことができる。

$$\boldsymbol{W=I^2Rt=VIt} \qquad (3)$$

（2）電　　力

電気回路において，電気がする仕事の大きさは，（3）からわかるように，時間の経過に比例して増加する。この場合，電気が1秒間にする仕事の大きさを**電力** (electric power) という。電力の単位には**ワット** (watt, 単位記号 W) が使われ，その大きさは P[W] のように表される。（3）は，仕事の大きさを表しているから，これを時間で割ると，電力 P[W] を求めることができる。

$$\boldsymbol{P=\frac{W}{t}=I^2R=VI} \qquad (4)$$

電力 P[W] は，電圧 V[V] と電流 I[A] との積で表される。

(3) 電力・電力量の単位

電力量の単位には [J] のほかに，**キロワット時** [kW·h] などがある。1 [kW·h] は，1 [kW] の電力を1時間使ったときの電力量で，消費したエネルギーの総量の計算や，電気料金の計算などに使われる。よく使われる電力と電力量の単位を表1に示す。

表1 電力と電力量の単位

量	単位	単位記号	単位の関係
電力	ミリワット	mW	$1\,[\mathrm{mW}]=\frac{1}{1000}[\mathrm{W}]=10^{-3}[\mathrm{W}]$
	ワット	W	
	キロワット	kW	$1\,[\mathrm{kW}]=1000[\mathrm{W}]=10^{3}[\mathrm{W}]$
電力量	ジュール	J	
	ワット秒	W·s	1 [W·s] = 1·[J]
	ワット時	W·h	1 [W·h] = 3600 [W·s]
	キロワット時	kW·h	1 [kW·h] = 1000×3600 [W·s]

問 4. 100 [V]，100 [W] の白熱電球に 100 [V] の電圧を加えるとき，流れる電流はいくらか。また，抵抗はいくらか。

問 5. 100 [V] の電源に接続された抵抗器がある。電流を測定したら 6 [A] であった。この抵抗器に供給されている電力はいくらか。また，このときの抵抗はいくらか。

問 6. 5 [Ω] の抵抗をもつ電熱線がある。100 [V] の電圧を加えたときの消費電力はいくらか。

問 7. 抵抗 10 [Ω] に電流 10 [A] が流れている。消費電力はいくらか。

問 8. ある電熱線に 100 [V] の電圧が加わり，5 [A] の電流が流れている。2時間使うと，その間に消費される電力量は何 [J] か。また，何 [kW·h] か。

問 9. 15 [°C] の水 2 [kg] の温度を 80 [°C] まで上昇させたい。500 [W] の電熱線を使用すると何分かかるか。ただし，電熱線の発生熱量の 80% が，有効に水に供給されるものとする。

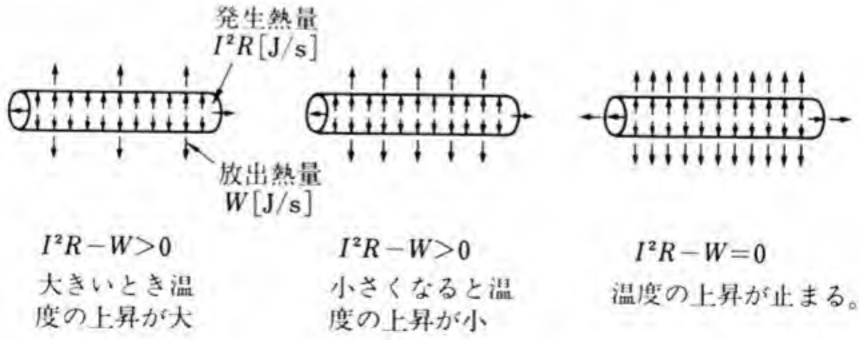
3. 温度上昇と許容電流

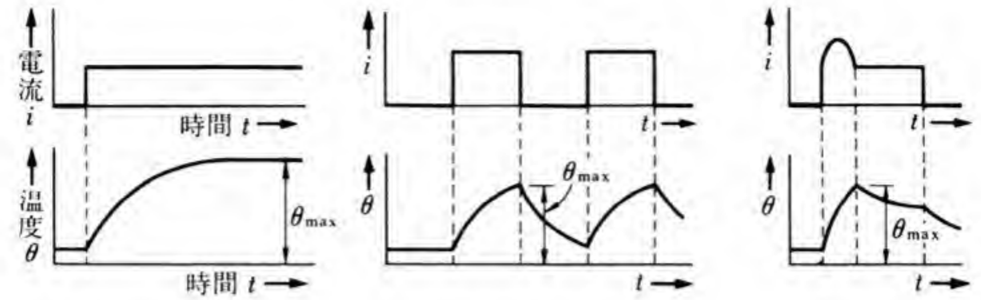
物体に熱エネルギーを与えると，その物体の温度は上昇する。温度が上昇すると，それに伴っていろいろな現象が現れるようになる。ここでは，その具体的な事例について学ぶ。

（1） 電流による物体の温度の上昇

物体に電流が流れていないときには，その物体の温度は周囲の温度に等しい。物体に電流 I [A] が流れると，その抵抗を R [Ω] とすれば，I^2R [J/s] の熱が発生するので，物体の温度は上昇する。物体の温度を θ [°C]，周囲の温度を θ_0 [°C] とすると，物体は，温度差 $(\theta-\theta_0)$ [°C] に比例する熱を周囲に放出する。放出熱量 W [J/s] が発生熱量 I^2R [J/s] より小さい間は，物体の温度は上昇を続ける。図2に示すように，I^2R-W [J/s] が大きいときには，温度の上昇が大きく，小さくなるにつれて，温度の上昇も小さくなり，$W=I^2R$ に達すると，温度の上昇は止まり，以後は一定の温度を示す。

図 2　電流による物体の温度の上昇





(a) 連続使用の場合　(b) 反復使用の場合　(c) 電動機の場合

図 3　電流による物体の温度の上昇

一般に，電流が連続して物体に流れると，物体の温度は，図 3 (a) に示すように，時間とともに上昇する。温度の上昇が止まったときに，物体は最高温度 θ_{max} [°C] を示す。電流が断続する場合には，物体の温度は図 (b) に示すように変化する。また，電動機の場合には，始動時に大きな電流が流れるので，物体の温度は図 (c) に示すように変化する。

問 10. つねに一定の電流を流して使用する物体がある。冬，外気温度が 5 [°C] のとき，物体の温度を測定したら 50 [°C] であった。温度の上昇はいくらか。夏，外気温度が 30 [°C] になったとすれば，物体の温度はいくらになるか。

(2) 温度上昇限度

絶縁物では，その温度がある値以上になると，劣化が進み，絶縁物としての役目を果たさなくなる。したがって，絶縁物には支障なく使える最高使用温度，すなわち**許容温度** (allowable temperature) がある。例えば A 種絶縁物とよばれる材料の許容温度は 105 [°C] であり，塩化ビニル樹脂では 60 [°C] である。

電気機器の周囲温度の最高は 40 [°C] と定められている*。この中で，A 種絶縁物で絶縁された導線に電流を流すとき，$t=105-40=65$ [°C] が，許される最大の温度上昇である。これを**温度上昇限度**という。すなわち，許容温度と，定められた最高周囲温度との差が温度上昇限度である。

塩化ビニル絶縁電線では，最高周囲温度が 30 [°C] と決められているから，温度上昇限度は $60-30=30$ [°C] である。

(3) 許　容　電　流

電線や電気機器は，いろいろな絶縁物で絶縁された銅線が使われている。これらの絶縁導線に，温度上昇限度を超えるような電流を流すと，最高周囲温度のとき，絶縁物は許容温度以上となり，好ましくない。

そこで，温度上昇限度を超えない範囲で，最大の電流値を定めておく必要がある。この電流を，その絶縁導線の**許容電流** (allowable current) という。

抵抗器においても，大きな電流を流すと，抵抗体に使われている絶縁物が劣化したり，抵抗体が焼け切れてしまうこともある。そのため，許容電流が示されている。

なお，抵抗器には，許容電流を示す代わりに，どの程度の電力を消費させることができるかということがわかっていると，都合(つごう)がよいこともある。その電力をその抵抗器の**許容電力** (allowable power) という。

抵抗値 R[Ω]，許容電力 P [W] の抵抗器の許容電流 I [A] は，

* 周囲温度の最高の値 40[°C] を基準にして電気機器の設計や試験が行われている。この値を基準周囲温度または冷媒温度という。(JIS C 4004—1980 による)

$P=RI^2$ の関係から，次のように表される。

$$I=\sqrt{\frac{P}{R}} \tag{5}$$

問 11. E 種絶縁物とよばれる材料の許容温度は 120 [°C] である。最高周囲温度が 40 [°C] であれば，E 種絶縁物で被覆された導線の温度上昇限度はいくらか。

問 12. 直径 1.6 [mm] の塩化ビニル絶縁電線の許容電流は 27 [A] である。許容電流による温度上昇限度は何 [°C] と考えられるか。また，周囲温度が 15 [°C] のときの電線の使用温度はどのくらいか。

問 13. 10 [kΩ] の抵抗があって，その許容電流は 1 [mA] であるという。許容電力を求めよ。

問 14. 10 [Ω] の抵抗があって，その許容電力は 10 [kW] であるという。許容電流を求めよ。

4. 熱 と 電 気

2 種類の金属の両端を接合して，二つの接合部に温度差を与えると，起電力が発生する。また，両端を接合した 2 種類の金属に電流を流すと，接合部で熱エネルギーを吸収したり，発生したりする。ここでは，これらの作用について調べる。

(1) ゼーベック効果

図 4 (a) のように，A, B 2 種類の金属の両端を接合したものを**熱電対** (thermocouple) という。熱電対の二つの接合点に温度差を与えると，起電力が発生する。この現象を**ゼーベック*** **効果** (Seebeck effect) といい，このとき発生する起電力を**熱起電力** (thermoelectro-

* Thomas Johann Seebeck, 1770～1831，ドイツ。

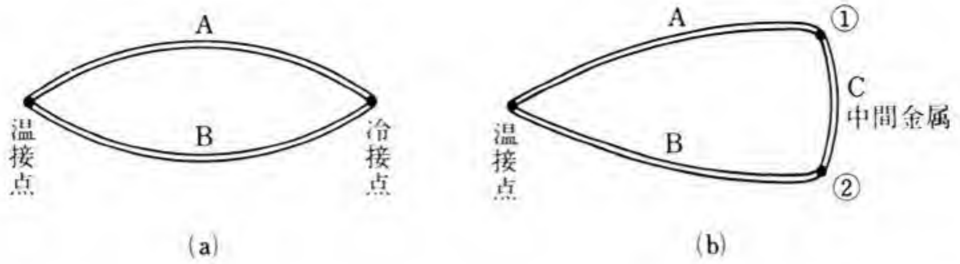
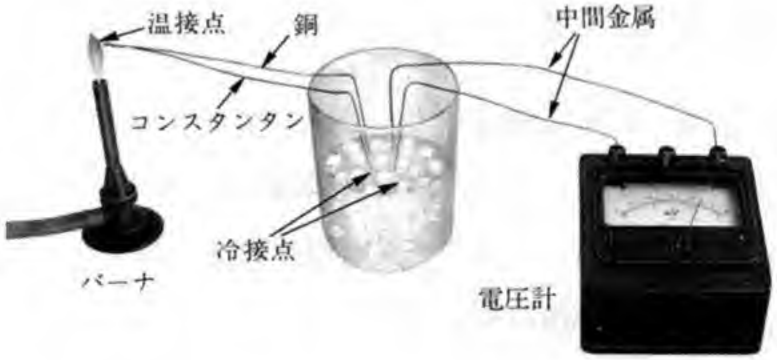


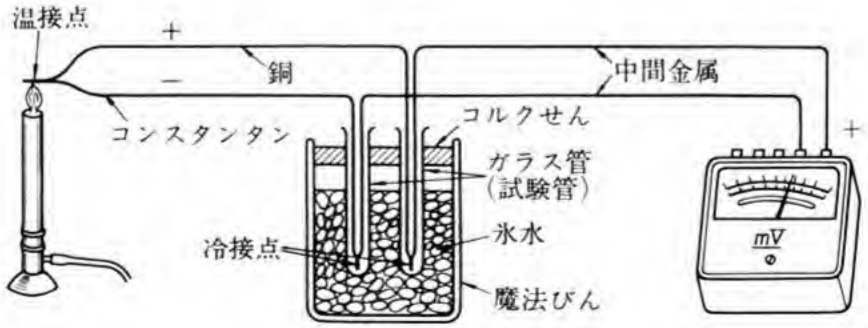
図 4　熱電対と中間金属の法則

motive force）という。熱電対の接合点の温度の高い方を**温接点**，低い方を**冷接点**という。

熱電対の接合点の一方，例えば冷接点を切り離して，その間に図(b)のように任意の金属Cを挿入する。このとき，A, Cの接点①とB, Cの接点②の温度が，どちらも切り離す前の冷接点の温度と

図 5　ゼーベック効果の実験例





同じならば，熱起電力は変わらない。このとき，挿入した金属を**中間金属**といい，この性質を**中間金属の法則**という。

図5は，銅線とコンスタンタン* 線で作った熱電対を使って，バーナの炎の温度を測定する装置の例である。

電圧計を接続するリード線，電圧計の回路を構成する金属の部分，これらをすべて含めたものが，図4(b)の中間金属に当たる。

表2に，いろいろな熱電対の特性として，接合点間の温度差と，発生する熱起電力との関係を示した。

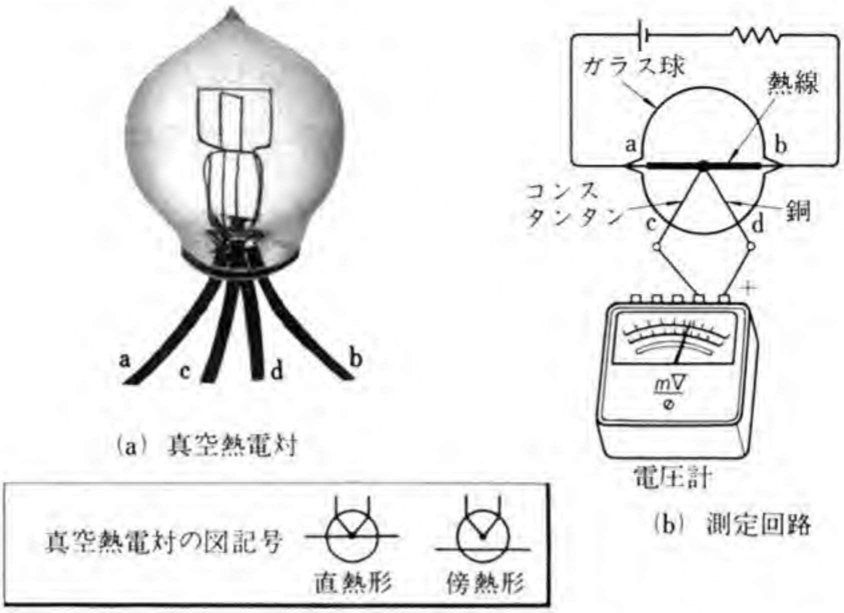
温度差と熱起電力の関係を利用して，一方の接点の温度と熱起電力を測定することによって，他方の接点の温度を知ることができる。この原理で温度を測定する計器を**熱電温度計**（thermoelectric thermometer）という。

表 2　いろいろな熱電対の特性　（単位［mV］）

温度差 [°C]	R†		K†		T†	
	白金ロジウム合金（+）	白金（−）	ニッケル・クロムを主とした合金（+）	ニッケルを主とした合金（−）	銅(+)	銅・ニッケルを主とした合金（−）
100	0.67		4.095		4.277	
200	1.468		8.137		9.286	
300	2.400		12.207		14.860	
400	3.407		16.395		20.869	
500	4.471		20.640			
600	5.582		24.902			
700	6.741		29.128			
800	7.949		33.277			
900	9.203		37.325			
1 000	10.503		41.269			

† R, K, T は，熱電対の金属線材料によって分けられた種類の記号である。例えば記号の R とは，その下の欄にある白金ロジウム合金（ロジウム 13 [%]）と白金を金属線として使った熱電対のことである。　(JIS C 1602-1981 による)

* 銅とニッケルの合金。



(a) 真空熱電対　(b) 測定回路

図6 熱電電流計

図6(a)に示した真空熱電対は，熱線と熱電対を同じガラス容器に封じ込み，真空にしたものである。真空熱電対を図(b)に示すように接続すると，熱線を流れる電流が測定できる。すなわち，熱線に電流が流れると，その電流の2乗に比例する熱エネルギーが発生し，熱線の温度は上昇する。電圧計で熱起電力を測定し，表2の熱電対の特性から，熱線を流れる電流による温度上昇がわかる。電流と温度上昇との関係から，電流を求めることができる。この原理を利用して電流を測定する計器を**熱電電流計**（thermo-ammeter）という。

熱電温度計や熱電電流計のように，熱電対の原理を利用した計器を**熱電形計器**（thermocouple instrument）という。

問 15. 前ページの表2をもとにして，電圧と温度の関係を示すグラフをかけ。

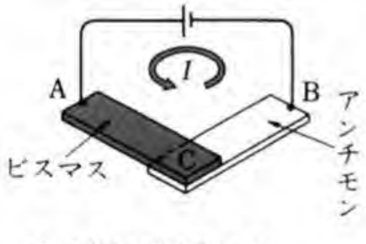
(2) ペルチエ効果

図7(a)のように，ビスマスとアンチモンを接合し，矢印の向きに電流を流すと，Cでは周囲の熱を吸収し，A, Bでは発熱する現象を示す。もし図(b)のように，電流の流れる向きを逆向きにすれば，Cでは発熱し，A, Bでは吸熱する現象を示す。

一般に，種類の違う金属をこのように接合すると，接合部で上のような熱の発生や吸収が行われる。この現象を**ペルチエ* 効果** (Peltier effect) という。

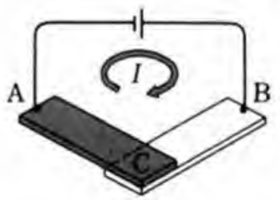
ペルチエ効果を利用すると，冷却・加熱などの精密な自動温度調節が容易にでき，その効果は，材料の温度試験などに使う電子冷熱装置として利用されている。

図7 ペルチエ効果



Cで熱が吸収される。

(a)



Cで熱が発生する。

(b)

* Jean Charles Athanase Peltier, 1785～1845, フランス。

問　　題

1. ある抵抗器に 200 [V] の電圧を加えるとき，2 [kW] の電力を消費するという。この抵抗器を流れる電流および抵抗値を求めよ。

2. 100 [Ω] の抵抗器に 100 [V] の電圧が加わっている。電流および消費電力を求めよ。また，電圧が 95 [V] になれば，電流および消費電力は，100 [V] の場合のそれぞれ何パーセントになるか。

3. 抵抗 20 [Ω] の電熱線がある。この電熱線に 100 [V] の電圧が加わっている。次の問いに答えよ。

(1) 電熱線を流れる電流は何アンペアか。

(2) その消費電力は何ワットか。

(3) 20 分間電流を流すと，発生する熱エネルギーは何ジュールになるか。

(4) 湯沸かし器には，1 [kg] の水が入っている。水の温度は 5 [°C] である。(3) の熱エネルギーを湯沸かし器の水に加えると，水の温度は何度になるか。ただし，水に有効に伝わる熱エネルギーは，発生するジュール熱の 60 [%] とする。

4. 図 8 において，抵抗 R_1, R_2, R_3 を流れる電流 I_1, I_2, I_3 を求めよ。また，これらが消費する電力 P_1, P_2, P_3 を計算せよ。なお，この回路で消費される全電力 P はいくらか。

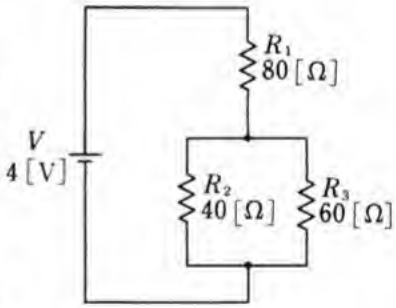


図 8

5. 許容電力 100 [mW]，抵抗値 1 [kΩ] の抵抗器と，許容電力 10 [mW]，抵抗値 100 [Ω] の抵抗器とを直列に接続した回路がある。この回路の許容電流は何ミリアンペアか。

6. 表 3 に示す抵抗器 A, B を直列に接続した場合，合成抵抗および許容電流は，それぞれいくらか。また，全体に加えることができる電圧はいくらか。

表 3

	許容電力	抵　抗
A	1 [W]	1 [kΩ]
B	2 [W]	2 [kΩ]

3 電気抵抗

この節の目標　物質のもつ電気抵抗は，その形や寸法によって異なるだけではなく，物質のもつ固有の性質による。

この節では，物質のもつ固有の性質，つまり金属材料の抵抗率・導電率，絶縁材料の絶縁抵抗，電解液の抵抗などについて学ぶ。

1．抵抗率と導電率

電流の流れるのを妨げる働きは，物質によって違っていて，その程度を表すのに抵抗率を使う。

また，電流の流れるのを妨げる働きが弱いということは，電流を通しやすいということであって，物質の電流の通しやすさを表すのに導電率を使う。

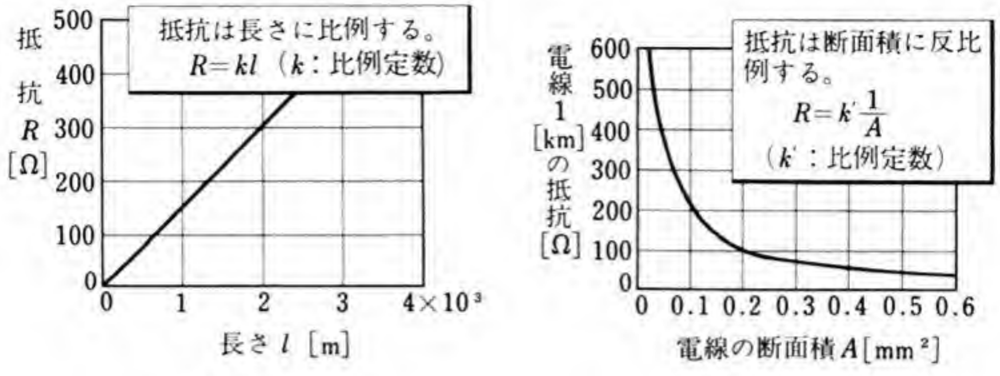
ここでは，いろいろな物質の抵抗率と導電率について調べる。

(1) 抵　抗　率

図1(a)，(b)は，**ホルマール銅線*** を使って，電線の長さ・断面積・抵抗の関係を調べた例をグラフに示したものである。図からわかるように，抵抗は長さが長いほど大きく，断面積が大きいほど小さい。

一般に，均質な物質で作った線状導体の抵抗値 R[Ω] は，長さ l[m] に比例し，断面積 A[m^2] に反比例する。したがって，比例定数を ρ とすると，抵抗 R[Ω] は，次のように表すことができる。

* 合成樹脂の一種であるポリビニルホルマールを主成分とするワニスを焼き付け，絶縁した銅線。



(a) 電線の長さと抵抗　(b) 電線の断面積と抵抗

図 1　電線の長さおよび断面積と抵抗

$$\boldsymbol{R=\rho\frac{l}{A}} \qquad (1)$$

この比例定数 ρ は，物質に固有な定数で，**抵抗率** (resistivity) とよばれ，(1) から，次のように表すことができる。

$$\rho=R\,[\Omega]\times\frac{A\,[\mathrm{m^2}]}{l\,[\mathrm{m}]}=\frac{RA}{l}\left[\Omega\frac{\mathrm{m^2}}{\mathrm{m}}\right]=\frac{RA}{l}\,[\Omega\cdot\mathrm{m}]$$

これからわかるように，抵抗率の単位には**オームメートル** [Ω·m] が使われる。また ρ [Ω] は，断面積1 [m²]，長さ1 [m] の物体の抵抗である。

一方，電線の断面積は，一般に，[mm²] の単位で示されるので，長さ l [m]，断面積 A [mm²] の抵抗を R [Ω] とすると，抵抗率 ρ' は，次のように表される。

$$\rho'=\frac{RA}{l}\,[\Omega\cdot\mathrm{mm^2/m}]$$

このときの抵抗率の単位には，[Ω·mm²/m] が使われる。ρ' [Ω] は，断面積1 [mm²]，長さ1 [m] の電線の抵抗である。

抵抗率 ρ' [Ω·mm²/m] (= ρ [Ω·m]) の物質について，断面積1 [m²]，長さ1 [m] の抵抗 ρ [Ω] を求めると，1 [m²] = 10^6 [mm²] か

ら，$\rho=\rho'\times10^{-6}$ [Ω] となる。このことから，抵抗率の単位 [Ω·m] と [Ω·mm²/m] との間の関係を求めることができる。

$$1\,[\Omega\cdot\mathrm{mm^2/m}]=10^{-6}\,[\Omega\cdot\mathrm{m}]$$

ゆえに，

$$1\,[\Omega\cdot\mathrm{m}]=10^{6}\,[\Omega\cdot\mathrm{mm^2/m}]$$

〔例〕 標準軟銅*の抵抗率 ρ は，1.7241×10^{-8} [Ω·m] である。これを [Ω·mm²/m] に換算すると，1.7241×10^{-2} [Ω·mm²/m] となる。

よく使われる抵抗率の単位を表1に示す。また，いろいろな金属の抵抗率を表2に示す。

表 1 抵抗率の単位

単 位	単 位 の 関 係
Ω·m	
Ω·cm	1 [Ω·cm] = 10^{-2} [Ω·m]
Ω·mm²/m	1 [Ω·mm²/m] = 10^{-6} [Ω·m]

表 2 金属の抵抗率 (20[°C])

金 属	抵 抗 率 ρ[Ω·m] ×10^{-8}
アルミニウム	2.75
銀	1.62
銅	1.72
白 金	10.6

(「理科年表(昭和59年版)」による)

問 1. 直径 1.6 [mm]，長さ 1 [km] のある硬銅線** の抵抗は，8.84 [Ω] である。この電線の断面積および抵抗率を求めよ。また，標準軟銅に比べて，抵抗率は何倍になるか。

問 2. 白金の抵抗率は 10.6×10^{-8} [Ω·m] である。直径 100 [μm]，長さ 50 [cm] の抵抗を求めよ。

---

* いろいろな導体の導電率を表す基準となっている標準的な軟銅である。断面積 1 [mm²] で，長さ 1 [m] の標準軟銅の抵抗値は，20 [°C] のときに，$\frac{1}{58}$ [Ω] = 0.017241 [Ω] である。

** 線引きしたままの銅線が硬銅線で，それを焼なまししたものが軟銅線である。硬銅線は軟銅線に比べて硬く，引張り強さが大きく，抵抗率が大きい。

（2） 導　電　率

電線は，電流を通すために使うものであり，このような導体では，抵抗率よりも電流の通しやすさで考える方が便利なことがある。電流の通しやすさを表すには，**導電率**（conductivity）を使い，記号には σ（シグマ），単位には [S/m] を使う。

抵抗率 ρ [Ω·m] と導電率 σ [S/m] とは逆数の関係にあるから，次のように表される。

$$\sigma=\frac{1}{\rho} \tag{2}$$

したがって，断面積 A [m²]，長さ l [m] の抵抗が R [Ω] であるとすると，その導電率 σ [S/m] は，次のように表される。

$$\sigma=\frac{1}{\rho}=\frac{1}{\dfrac{RA}{l}}=\frac{l}{RA} \tag{3}$$

電線などで，電流の通しやすさを表す方法の一つとして，ある電線の導電率 σ [S/m] が，標準軟銅の導電率 $\sigma_s=\dfrac{1}{1.7241\times10^{-8}}$ [S/m] の何パーセントであるかによって表すことがある。これを**パーセント導電率**という。

〔例〕 抵抗率 2.75×10^{-8} [Ω·m] のアルミニウムの導電率は，標準軟銅の導電率の何パーセントに当たるか。

$$\frac{\dfrac{1}{2.75\times10^{-8}}}{\dfrac{1}{1.7241\times10^{-8}}}\times100=\frac{1.7241}{2.75}\times100=62.7\ [\%]$$

である。

問 3. 銀の抵抗率は 1.62×10^{-8} [Ω·m] である。その導電率を求めよ。また，これは標準軟銅の導電率の何パーセントか。

2. 抵抗の温度係数

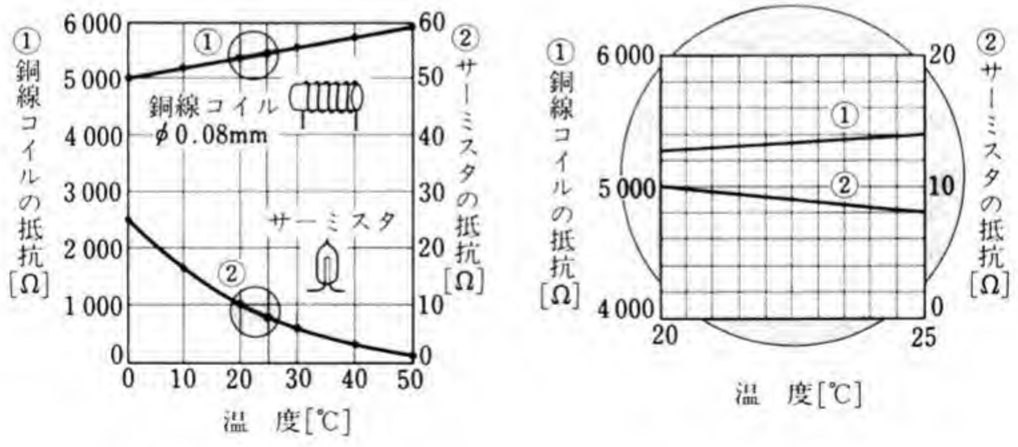
物質の抵抗は，長さや断面積によって変わるが，温度その他* の違いによっても変化する。ここでは，温度による抵抗の変化について調べる。

(1) 温度による抵抗の変化

図 2 (a) は銅線コイルや**サーミスタ**** の例について，0～50 [°C] における抵抗の変化を示す図である。銅線コイルの抵抗は，温度が 0 [°C] から 50 [°C] まで上昇する間に，5000 [Ω] から 5900 [Ω] まで，ほぼ直線的に増加している。これに対して，サーミスタは，25 [Ω] から 2 [Ω] まで減少している。

このように，いろいろな物質や部品には，温度の上昇とともに抵抗が増加するものや，減少するものがある。また，その変化も著しいものと，そうでないものとがある。

図 2　温度による抵抗の変化の実験例



(a) 抵抗－温度特性　　(b) (a)の一部を拡大

* 湿度や圧力などによっても抵抗は変わる。

** 半導体素子で，電気通信機器・測定器・制御用機器などに使われている。

（2） 抵抗の温度係数

図2(a)のような抵抗と温度の関係を示す特性曲線があれば，ある温度に対する抵抗値を容易に読み取ることができるが，ここでは，計算式によって求める方法について調べる。

図(a)の特性曲線の20［°C］から25［°C］までの範囲を拡大したものが図(b)である。図(b)の①，②の太線で示す特性曲線は，ほぼ直線とみなすことができる。

ここで，銅線の抵抗の変化を表す直線①について考えると，20［°C］から25［°C］までの温度変化に対して，抵抗は5300［Ω］から5400［Ω］まで変化している。すなわち，5［°C］の温度上昇によって抵抗値は100［Ω］増加したことになる。20［°C］において，温度1［°C］に対する抵抗の増加は，次のように表される。

$$\frac{5400-5300}{25-20}=\frac{100}{5}=20\ [\Omega/^\circ\mathrm{C}] \qquad (4)$$

（4）は，5300［Ω］についての値であるから，抵抗1［Ω］当たりの抵抗の増加の割合は，次のように表される。

$$\alpha_{20}=\frac{5400-5300}{25-20}\times\frac{1}{5300}=3.77\times10^{-3}\ [^\circ\mathrm{C}^{-1}] \qquad (5)$$

この α_{20}［°C^{-1}］は，物質によって決まる値で，20［°C］における**抵抗の温度係数**という。

また，図2(b)の②サーミスタの20［°C］における抵抗の温度係数は，（5）と同様にして，次のように求めることができる。

$$\alpha_{20}=\frac{8-10}{25-20}\times\frac{1}{10}=-4\times10^{-2}\ [^\circ\mathrm{C}^{-1}] \qquad (6)$$

このように，温度が上昇すると抵抗が減少する物質の抵抗の温度係数は，負である。抵抗の温度係数が負の物質には，サーミスタのほかに，炭素・電解液などがある。

表3は，いろいろな金属の20 [°C] における抵抗の温度係数である。

表 3　金属の抵抗の温度係数
(20 [°C] 基準)

金　属	抵抗の温度係数 α_{20} [$°C^{-1}$]
	$\times 10^{-3}$
アルミニウム	3.9
銀	3.8
銅	3.93
白　金	3

(「電気工学ハンドブック (1967)」による)

このように抵抗の温度係数がわかっていれば，温度変化後の抵抗の値を計算することができる。

いま，温度 t_1 [°C] における抵抗を R_1 [Ω]，t_1 [°C] における抵抗の温度係数を α_1 [$°C^{-1}$] とすれば，t_2 [°C] における抵抗 R_2 [Ω] は，次のように表される。

$$R_2 = R_1\{1 + \alpha_1(t_2 - t_1)\} \qquad (7)$$

問 4.　20 [°C] で抵抗が 5 [Ω] の銅線がある。50 [°C] のときの抵抗を求めよ。ただし，抵抗の温度係数は表3の値を使う。

問 5.　0 [°C] において 1000 [Ω] の軟銅線がある。80 [°C] における抵抗を求めよ。ただし，$\alpha_0 = \dfrac{1}{234.5}$ [$°C^{-1}$] である。

問 6.　0 [°C] において 234.5 [Ω] の軟銅線がある。温度が 1 [°C] 上昇すると，抵抗はいくら増加するか。

問 7.　軟銅線で作ったコイルの抵抗が，0 [°C] において 5000 [Ω] であった。このコイルに電流を流したので，その温度が上昇し，コイルの抵抗が 5325 [Ω] になったという。そのときの軟銅線の温度を求めよ。

問 8.　0 [°C] において，21.34 [Ω] の軟銅線の抵抗を，ある温度で測ったら，23.45 [Ω] であった。そのときの温度はいくらか。

3. いろいろな物質の抵抗率

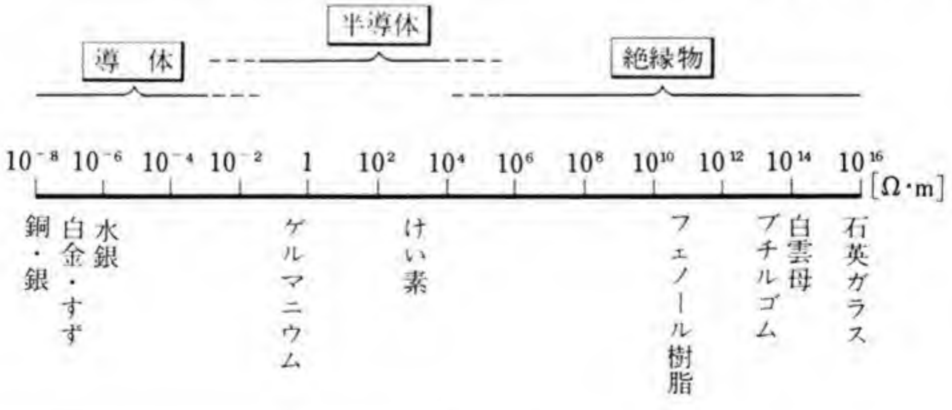
これまでは，主として金属材料の抵抗率・導電率および抵抗の温度係数などについて調べたが，ここでは，半導体や絶縁物の抵抗率，電解液の抵抗，および接触抵抗などについて調べる。

（1） いろいろな物質の抵抗率

図3には，いろいろな物質の常温における抵抗率を示している。約 10^{-4} [Ω·m] 以下の抵抗率をもつ物質は，電流が流れやすく，**導体**とよばれる。これに対して，約 10^{4} [Ω·m] 以上の抵抗率をもつ物質は，電流が流れにくく，**絶縁物**とよばれる。導体として使われる材料は**導電材料**，絶縁物として使われる材料は**電気絶縁材料**とよばれる。

けい素やゲルマニウムなどは**半導体** (semiconductor) とよばれる。その抵抗率は導体と絶縁物との中間にある。半導体は導体と比べて，電気を伝えるしくみが違い，温度などによって抵抗率が大きく変わる。抵抗の温度係数は負である。また，半導体に微量の他の原子を混ぜ込むことによって，いろいろな性質をもたせることができる*。

図 3 いろいろな物質の抵抗率



* 半導体については，「B巻」の第8章で学ぶ。

表 4 いろいろな絶縁物の抵抗率　　(常温おける値)

絶縁物	抵抗率[Ω·m]	絶縁物	抵抗率[Ω·m]
パラフィン	10^{14}～10^{17}	ブチルゴム	10^{13}～10^{14}
硬質ポリ塩化ビニル	10^{14}	クロロプレン	10^{10}～10^{11}
ポリエチレン	10^{14} 以上	白雲母	10^{12}～10^{15}
ポリスチレン	10^{15}	長石質磁器	10^{10}～10^{12}
フェノール樹脂	10^{10}～10^{12}	石英ガラス	10^{15} 以上
天然ゴム	10^{13}～10^{15}		

(「理科年表(昭和59年版)」による)

表4は，いろいろな絶縁物の抵抗率を示したものである。

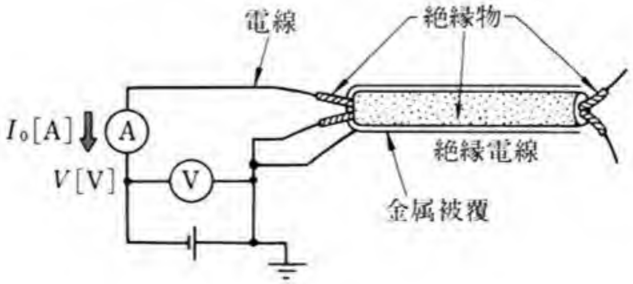
一般に，絶縁物の抵抗率は，温度によってかなり変化し，温度が高くなると，抵抗率が小さくなる。

(2) 絶 縁 抵 抗

絶縁物は，電流が必要なところ以外に流れないようにするために使われる。しかし，絶縁物も，その導電率は完全に0 [S/m] ではない。そのため，絶縁物に高電圧を加えると，わずかではあるが，電流が漏れて流れる。

一般に，絶縁物に直流電圧を加えたとき，絶縁物を流れる電流は，時間とともにゆっくり減少する吸収電流と，時間に対して変化しない漏れ電流とに分けられる。したがって，絶縁抵抗を測定するためには，数分間電圧を加えた後の値を読む必要がある。図4は，絶縁

図 4 絶 縁 抵 抗



電線の絶縁抵抗を測定する原理図である。

加えた電圧 V[V] と，漏れ電流 I_0[A] との比，すなわち，$\frac{V}{I_0}$[Ω] を**絶縁抵抗** (insulation resistance) という。

図5は，発電機の巻線の絶縁抵抗が，巻線の温度によって減少することを示す例である。

この巻線の絶縁物は，ワニスガラスクロスとよばれ，ガラス繊維の布にワニスを浸み込ませたものである。

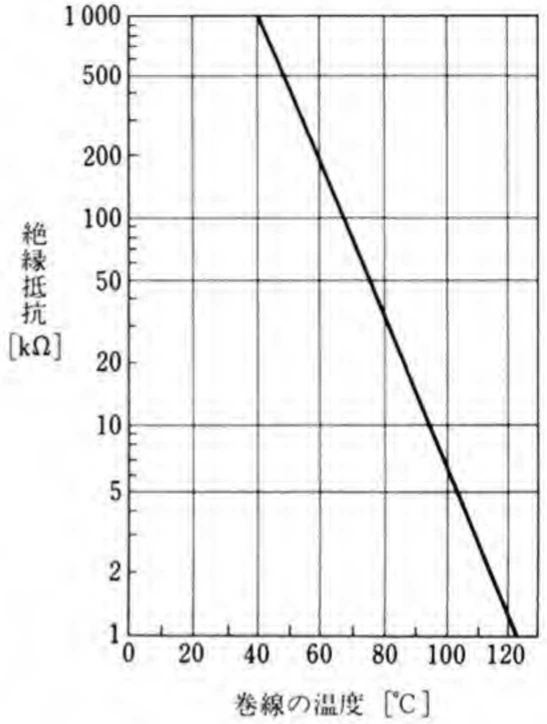


図5 発電機の巻線の絶縁抵抗-温度特性

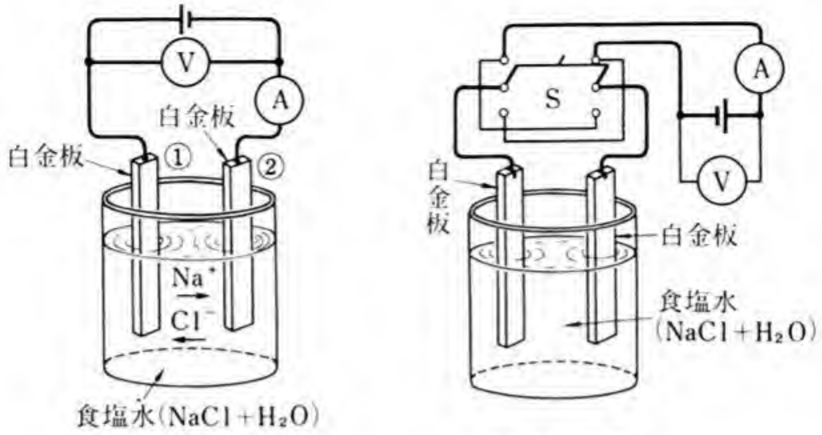
問9. 図4において，電線間に500[V] の電圧を加えると 5[mA] の漏れ電流が流れる。電線間の絶縁抵抗はいくらか。

問10. メガ* という絶縁抵抗を測定する計器で，1000[V] の電圧を加えて絶縁抵抗を測定したら，2[MΩ] であった。漏れ電流はいくらか。

(3) 電解液の抵抗

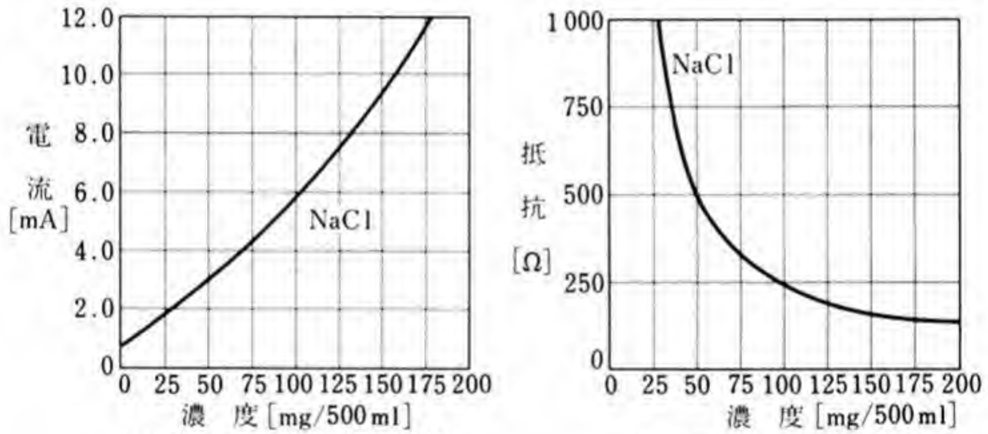
図6(a) に示すガラス容器に蒸留水を入れて，二つの電極に電圧を加えても電流は流れない。しかし，蒸留水の中に食塩 (NaCl) を少しずつ入れていくと，電流が流れるようになる。電流を流し続け

* 「B巻」の114ページ参照。



(a) 原　理　　(b) 測定装置

図 6　食塩水の抵抗の測定装置



(a) 食塩水の電流-濃度特性　　(b) 食塩水の抵抗-濃度特性

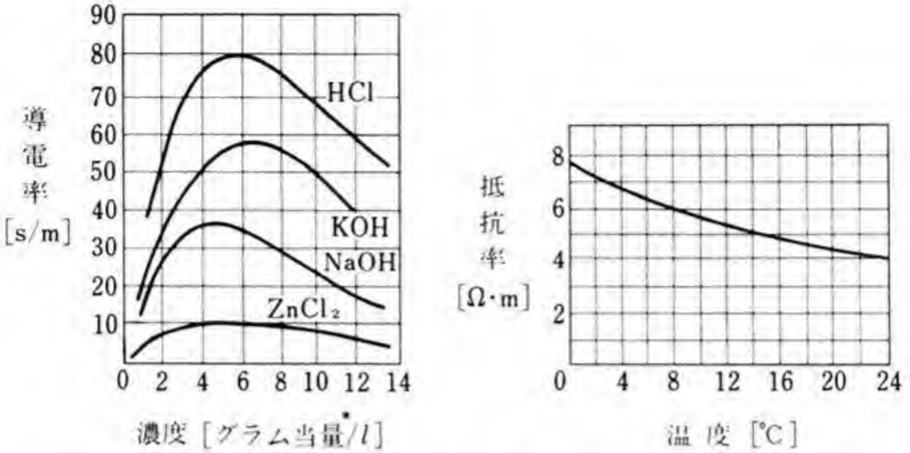
図 7　食塩水の抵抗測定の実験例

ると，時間とともに化学変化が進み，生成物などのために電流の流れが妨げられる。そのため，図(b)に示す装置を使い，スイッチSを切り換えて，電流の向きを換えながら測定する*。その測定結果を図7に示す。

この結果から，食塩水の濃度が高いほど，電流が流れやすく，食塩水の抵抗が小さくなることがわかる。

---

* 実際には，コールラウシュブリッジとよばれる測定器を使い，1000ヘルツぐらいの交流を流して測定する。詳しくは，「B巻」の115ページで学ぶ。



(a) 電解液の導電率 - 濃度特性　　(b) 飽和食塩水の抵抗率 - 温度特性

図 8 電解液の濃度や温度による影響

電解液** の抵抗率も，金属などの抵抗体の抵抗率と同様に，[Ω·m] で表す。

電解液の導電率は，ある濃度までは，濃度が高いほど大きいが，それ以上の濃度になると，逆に小さくなる。また，抵抗率は，温度が高くなるほど小さくなる。

図 8 (a) は，いろいろな電解液の導電率 - 濃度特性であり，図 (b) は，飽和食塩水の抵抗率 - 温度特性である。

* 1グラム当量の物質の質量は，分子量に [g] をつけて，それをイオンの価数で割ったものである。

** 食塩水のように，電流を伝える溶液を電解液という。75 ページ参照。

(4) 接 触 抵 抗

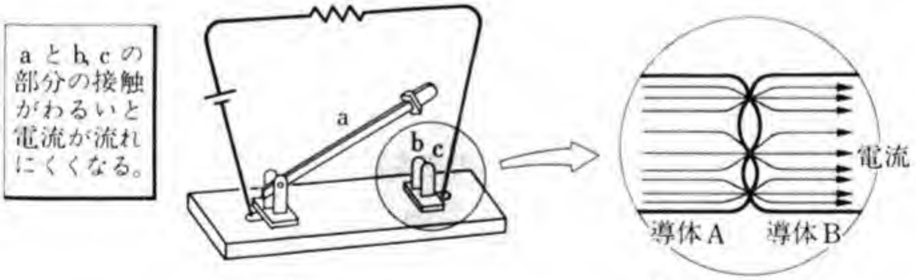
図9(a)のように，電気回路の電流を流したり切ったりするために，スイッチを使うが，刃の部分aが，受けの部分b, cに接触しても，抵抗値は0にならない。このように，接触部分の接触状態によって生じる抵抗を**接触抵抗** (contact resistance) とよぶ。この接触抵抗が大きいと，その部分に発生するジュール熱が大きくなり，障害の原因となりやすい。

接触部分の表面に凹凸(おうとつ)があると，図(b)のように，接触面が点状の部分の集まりになり，電流が流れる接触面積が小さくなる。また，接触部分が汚れていたり，過熱や腐食のために絶縁性の酸化被膜などができると，接触抵抗が大きくなる。

問 11. 導体の抵抗率と，絶縁物の抵抗率を比較し，およその値を示せ。

問 12. 絶縁物の抵抗の温度係数の符号は，一般に正か，負か。

図 9 接 触 抵 抗



(a) スイッチ　　(b) 接触面の凹凸

問　　題

1. 硬銅線の抵抗率は $\frac{1}{55}$ [Ω·mm²/m] であるという。これを [Ω·m] の単位で表せ。また，その導電率を求めよ。

2. アルミニウム線の抵抗率は $\frac{1}{35}$ [Ω·mm²/m] であるという。その導電率を求めよ。また，これは標準軟銅の導電率の何パーセントに当たるか。

3. 軟銅線を何回か巻いて作ったコイルがあり，その抵抗が 20 [°C] において 1500 [Ω] であった。次に，電流を流してしばらくしてから，抵抗を測定すると，1740 [Ω] であったという。そのときの温度はいくらか。ただし，$\alpha_{20}=3.81\times10^{-3}$ [°C⁻¹] とする。

4. 断面積 0.1 [mm²]，長さ 1 [km] の電線の抵抗が 200 [Ω] であった。この電線の長さ 1 [m] の抵抗は何オームか。長さが 1 [km] のものを 10 本束にして使えば，抵抗は何オームになるか。また，抵抗率は何オームメートルか。

5. 直径 0.4 [mm] の電線 1 [km] の抵抗が 145 [Ω] であるという。もし，この抵抗率の材料で，直径 0.2 [mm] の電線を作るとしたら，その長さおよび抵抗はいくらになるか。ただし，体積および抵抗率は変わらないものとする。

6. 鉄クロム電熱線2種の抵抗率は，20 [°C] で 1.23×10^{-6} [Ω·m]，抵抗の温度係数 α_{20} は 2×10^{-4} [°C⁻¹] であるという。直径 0.4 [mm]，長さ 1 [m] のこの種の電熱線の抵抗は，20 [°C] ではいくらか。また，500 [°C] ではいくらか。

7. 抵抗の温度係数を利用して，温度を測定する方法を考えよ。

8. 電気回路において，接触によって電流を流す器具の例をあげよ。また，接触抵抗が問題になるのはどのような場合か。

9. 絶縁電線の長さ 200 [m] 当たりの絶縁抵抗が 40 [MΩ] であれば，長さ 10 [km] では，絶縁抵抗はいくらになるか。

4 電流の化学作用と電池

この節の目標　電解液に電流が流れると，いろいろな物質が析出する。これは電流の化学作用とよばれる。電池の起電力は，この作用を利用している。

この節では，電流の化学作用について学ぶ。

1. 電流の化学作用

食塩の水溶液に電流を流すと，塩素が発生する。また，硫酸銅溶液中に電流を流すと，一方の電極に銅が析出する。ここでは，このような電流の化学作用について調べる。

(1) 電解液とイオン

食塩 (NaCl) を水に溶かすと，一部の NaCl は，正の電荷をもつナトリウムイオン (Na^+) と，負の電荷をもつ塩化物イオン (Cl^-) とに分かれる。この例のように，電気的に中性の物質が，**陽イオン** (cation) と**陰イオン** (anion) に分かれる現象を**電離** (ionization) という。NaCl のように，水などの溶媒に溶かすと，溶液の中でイオンに電離し，イオンが電荷を運ぶことによって，溶液が電流を伝えるようになるとき，溶質に当たる物質を**電解質** (electrolyte) といい，この溶液を**電解液**という。

図 1 に示すガラス容器の食塩水中に，2 枚の白金板の電極を入れる。電極間に電圧を加えると，電池の正極に接続されている電極①の表面には Cl^- が，負極に接続されている電極②の表面には Na^+ が集まる。電極①のように，陰イオンを引きつける電極を**陽極**

(anode)，電極②のように，陽イオンを引きつける電極を**陰極** (cathode) という。

陰イオンは陽極に電子を与えて中和し，陽イオンは陰極から電子をもらって中和する。電解液の中では，このようにして，電流は陽極から陰極へ向かって流れる。

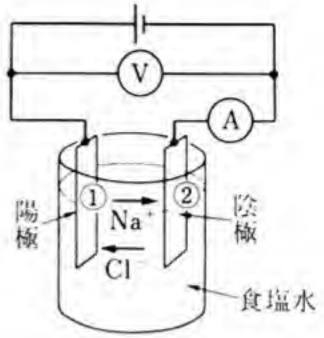


図1　電解液とイオン

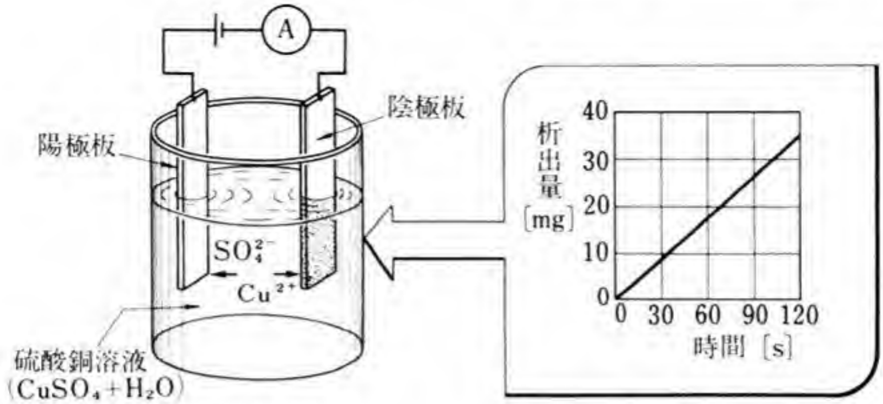
ここで，陰極に到達して中和したNaは，すぐ水 (H_2O) と反応して水素 (H_2) を発生し，同時に水酸化ナトリウム (NaOH) もできる。また，陽極の表面では，塩素 (Cl_2) が発生する。

電流を流し続けると，電流はしだいに弱くなり，ついには流れなくなる。これは，陽極で発生した水素が気泡となって陽極の表面をおおい，電流が流れるのを妨げるからである。陽極に二酸化マンガン (MnO_2) などの強い酸化剤を加えると，陽極表面の水素が酸化されて水となり，電流は直ちに回復する。

(2)　ファラデーの法則

ガラス容器に入れた硫酸銅 ($CuSO_4$) の水溶液中に，2枚の白金板の電極を入れる。図2(a)に示すように，電池・電流計・電極を接続して，電流を流す。時間がたつに従って，陰極板は銅色に変わり，そこに銅 (Cu) が析出したことがわかる。この現象は，銅イオン (Cu^{2+}) が陰極に引きつけられ，電気的に中和するために生じる。このように，電流が流れることによって，化学変化が生じ，物質が分解することを**電気分解** (electrolysis) という。

電気分解によって，どの程度の銅が析出したかは，電流を流す前



(a) 原理図　　(b) 析出量

図 2 銅の析出の実験例

後の陰極板の質量を測定して，その差を求めることによって知ることができる。

このような電流の化学作用による物質の析出量は，時間が長いほど，電流が大きいほど多くなる。図(b)は，析出量が電流を流す時

ファラデー（Michael Faraday 1791～1867）　イギリスの化学者・物理学者。

ロンドン郊外のかじ職人の家に生まれ，13歳のとき製本工場の工員となり，そこで科学書を読むうちに，科学への限りない情熱を燃やすようになった。22歳のときに王立科学研究所に入り，科学者としての生活が始まった。初め塩素の液化，ベンゼンの発見など化学の分野で業績をあげたが，1831年に電磁誘導の現象を発見した。これは電気工学の基礎となるものであった。このほか電気分解の法則の発見など，数々の業績を残している。

静電容量の単位ファラド [F] は，彼の名によっている。

間に比例することを示した実験結果の例である。

電解液を流れる電流を I[A], 流す時間を t[s], 物質の析出量を w[g], 比例定数を k とすると, 次の関係がなりたつ。

$$w=kIt \tag{1}$$

電流 I[A] と, 電流を流した時間 t[s] との積は, その時間に通過した電気量である。これを Q[C] で表せば, $Q=It$ である。この関係を使えば, (1) は次のように表される。

$$w=kQ \tag{2}$$

(2) は, 物質の析出量 w[g] が, 電解液を通過した電気量 Q[C] に比例することを示している。比例定数 k は, 1[C] の電気量による物質の析出量で, これを**電気化学当量**(electrochemical equivalent) とよぶ。

電気分解において, 実験から次のことがいえる。

1) 電気分解によって電極に析出される物質の量は, 電解液中を通過した電気量に比例する。

2) 電解液中を通過する電気量が同じであれば, 物質の析出量は, その物質の**化学当量***に比例する。

表 1 電気化学当量

原子	イオン	原子量	原子価	電気化学当量 [mg/C]	析出量 [g/(A·h)]
銀	Ag^{+}	107.868	1	1.1180	4.0247
銅	Cu^{2+}	63.54	2	0.3293	1.185
ニッケル	Ni^{2+}	58.69	2	0.3041	1.095
亜鉛	Zn^{2+}	65.38	2	0.3388	1.220
ナトリウム	Na^{+}	22.98977	1	0.23827	0.85779
酸素	O^{2-}	15.999	2	0.082910	0.29847
塩素	Cl^{-}	35.453	1	0.36745	1.3228

(「理科年表 (昭和59年版)」により作成)

* 化学当量は, 原子量を原子価で割った値のことである。

上の 1), 2) を電気分解に関する**ファラデーの法則** (Faraday's law) という。

表1は，いろいろな原子の原子量・原子価・電気化学当量と，1 [A·h]=3600 [C] の電気量による物質の析出量を示したものである。

問 1. 電流 10 [A] が 30 秒間流れた。移動した電気量はいくらか。

問 2. [C] と [V] の積 [C·V] という単位は，どのような単位か。

問 3. 硫酸銅溶液に 10 [A] の電流を 30 分間流した。銅の析出量を求めよ。

問 4. 硝酸銀溶液から銀を 10 [g] 析出するのに，必要な電気量は何クーロンか。また，これは何アンペア時に当たるか。

問 5. 表1から，物質の析出量が化学当量に比例することを確かめよ。

2. 電　池

化学エネルギーを電気エネルギーに変換する装置を，一般に**電池** (battery) という。トランジスタラジオなどに使う乾電池や，自動車などに使う鉛蓄電池は，その例である。

(1) 乾　電　池

塩化アンモニウム (NH_4Cl) の水溶液の中に，電極として亜鉛板 (Zn) と炭素棒 (C) を入れる。図3(a)に示すように，亜鉛板に対する炭素棒の電位差を測定すると，約 1.5~1.7 [V] の値を示す。亜鉛板の一部が Zn^{2+} となって溶液中に溶け出すため，亜鉛板には負の電荷が現れ，炭素棒には H^+ がくっついて正の電荷が現れるためである。これが**ルクランシェ電池**である。

電池の電極は，電位が高い方を**正極** (positive electrode)，低い方

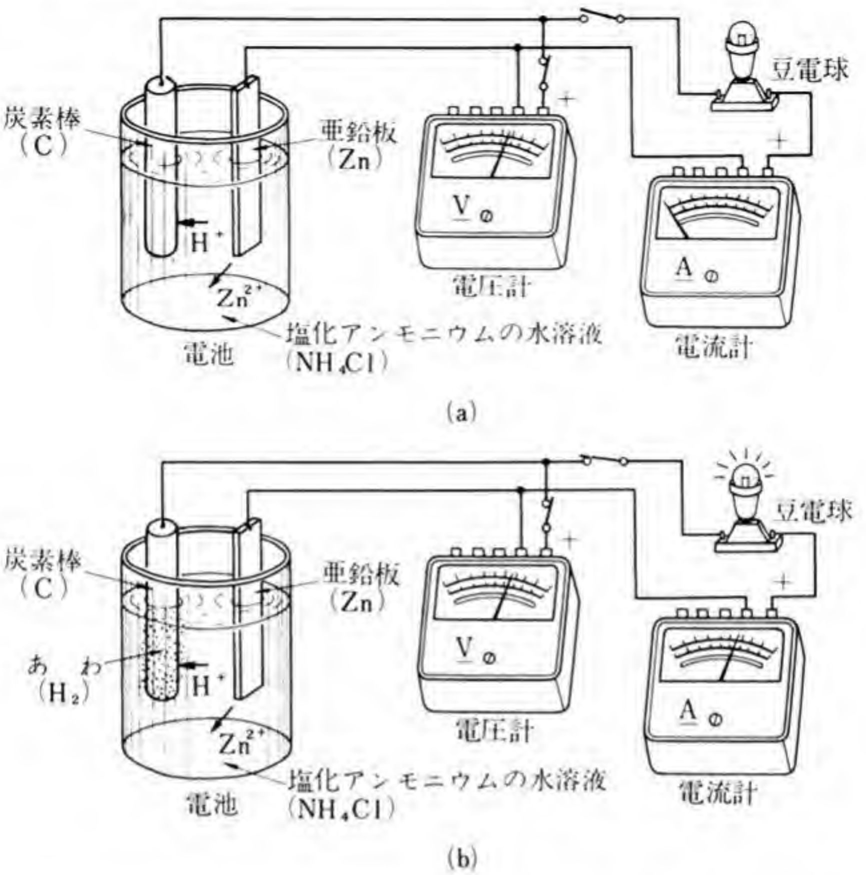


図 3 ルクランシェ電池

を**負極** (negative electrode) という。ルクランシェ電池の場合には，炭素棒が正極，亜鉛板が負極である。

両極間に生じた電位差を利用して，負荷に電流を流すと，図(b)に示すように，炭素棒の付近から，水素のあわが出るようになる。それと同時に，電圧計の指示がしだいに小さくなる。この原因は，炭素棒の付近で発生した水素の一部が炭素棒に付着し，電流を妨げるからである。このように，両極間の電位差が，電流が流れているときと，流れていないときと異なる現象を**電解分極** (electrochemical polarization) という。

電流が流れなくなったとき，二酸化マンガン (MnO_2) を電解液

中に入れると，H_2 は酸化されて水となり，直ちに電流の流れが良くなるので，電圧計の指示はふたたび大きくなる。さらに，電流を流し続けると，NH_4Cl の水溶液の濃度は薄くなり，電位差はしだいに減少する。

ルクランシェ電池は，電解液がこぼれるなど，取り扱いが不便である。この電池を実用的に改良したものが，次に学ぶマンガン乾電池である。

マンガン乾電池は，図4に示す構造をもっている。電解液は紙または布に浸して，負極の亜鉛缶に接触させている。また，正極の炭素電極は，MnO_2 と炭素粉を NH_4Cl の水溶液で練り固めた合剤で包まれている。マンガン乾電池の起電力は約1.5[V]である。これは，普通の乾電池として最も広く使われている。

さらに最近では，起電力の安定性が優れた**酸化銀電池**や**リチウム電池**も小形機器用電源として使われている。酸化銀電池の起電力は約1.5[V]，リチウム電池の起電力は約3[V]である。

問 6. 図4において，二酸化マンガンの働きを説明せよ。

問 7. 乾電池が古くなると，内部はどのように変わるか。

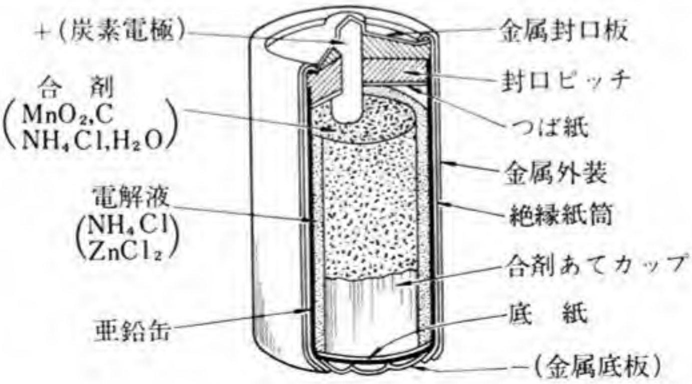


図 4 マンガン乾電池

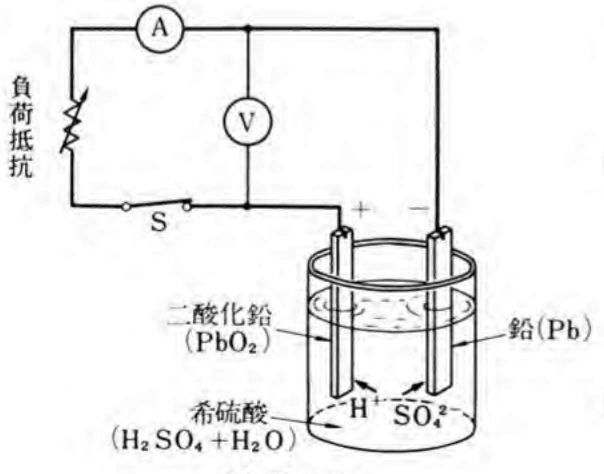
(2) 鉛 蓄 電 池

図5(a)のように，鉛 (Pb)，二酸化鉛 (PbO_2) の電極を希硫酸 ($H_2SO_4+H_2O$) の中に入れると，鉛に対して二酸化鉛に正の電位差が生じる。その起電力は約2 [V] である。

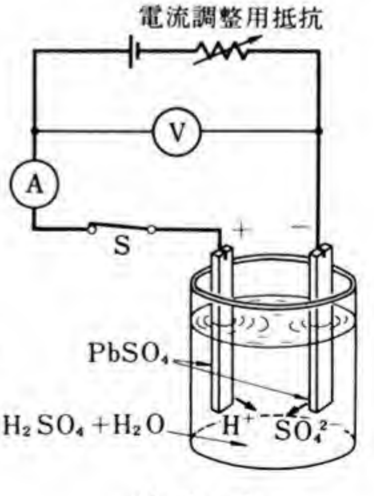
スイッチSを入れると，電池の起電力によって，回路に電流が流れる。電池から電流が流れ出ることを電池が**放電** (discharge)するという。放電の場合，正極には，PbO_2，H_2SO_4 および H_2 によって，硫酸鉛 ($PbSO_4$) と水 ($2H_2O$) ができる。また，負極には，Pbと SO_4 によって $PbSO_4$ ができる。このようになると，溶液の硫酸の濃度は薄められ，二つの電極は同質のもの ($PbSO_4$) に近づき，電位差は低下する。

ところがそのような状態で，図(b)のように，外部から電圧を加えると，正極には，$PbSO_4$，SO_4 および $2H_2O$ によって，PbO_2 と $2H_2SO_4$ ができる。また，負極には，$PbSO_4$ と H_2 から，Pb と H_2SO_4 ができる。このため，電極はもとの状態にもどり，電解液

図5 鉛蓄電池の原理



(a) 放 電



(b) 充 電

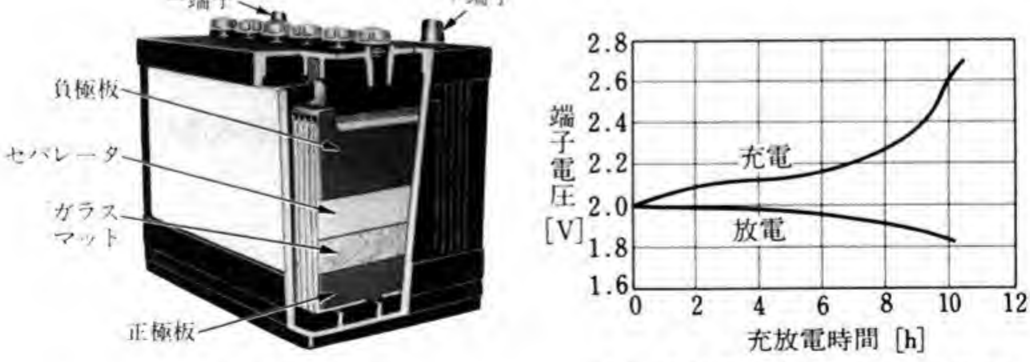
である硫酸の濃度ももとにもどる。このようにして，電極からふたたび十分な電流を取り出すことができるようになる。このような操作を**充電** (charge) という。

図5の電解液内のイオンの動きを調べてみる。放電のときには，H^+ は正極 PbO_2 に引きつけられ，SO_4^{2-} は負極 Pb に引きつけられるから，正極 PbO_2 は陰極，負極 Pb は陽極になっている。充電のときには，H^+ は PbO_2 から Pb へ向かい，SO_4^{2-} は Pb から PbO_2 へ向かうから，正極 PbO_2 は陽極，負極 Pb は陰極になっている。このように，電解液内の電極の極性は，電池の状態によって変わる。

放電して電池の機能が低下しても，充電することによって，なんども使用できるような電池を **二次電池**(secondary cell) という。これに対して，乾電池のように，充電できない電池を**一次電池** (primary cell) という。

図6(a)は，鉛蓄電池の構造を示したものである。正極板と負極板の間には，両極板の接触を防ぐために，セパレータとよばれるものが使われている。

図6 鉛蓄電池



(a) 外　観　　(b) 充放電特性（10時間率の場合）

鉛蓄電池の**容量**（capacity）は，放電終止電圧になるまでに電池から取り出すことができる電気量を放電電流×放電時間の形で表し，単位には**アンペア時**［A·h］を使う。**放電終止電圧**とは，回復をそこなわない最低の電圧のことである。

例えば，10［A］の電流を10時間放電したとき，放電終止電圧が1.8［V］になる場合，この鉛蓄電池の容量は10時間率で100［A·h］であるという。

図6(b)は，10時間率の場合の充放電特性の例である。

一般に，据置用鉛蓄電池や可搬用鉛蓄電池では10時間率*，電気車用鉛蓄電池では5時間率**，自動車用鉛蓄電池では20時間率***を使って，容量が示される。

短い時間率で使用する場合は，大きな電流を流して使うことになるので，電解液の拡散が放電の進行に伴わず，正極や負極付近で硫酸の濃度が減少するなどの現象があるため，鉛蓄電池の容量は小さくなる。長い時間率で使用する場合は，化学反応で生成される硫酸鉛の増加，体積の膨張，極板の湾曲などのため，放電終止電圧は高く定められている。

問 8. 60［A·h］の据置用鉛蓄電池がある。10時間率で使用すれば放電電流はいくらになるか。

問 9. 3.5［A·h］の二次電池から0.7［A］の電流が流れ出している。何時間使用できるか。

問 10. 10［A］の電流を20時間流すことができる鉛蓄電池の容量はいくらか。

---

* 放電終止電圧は1.8［V］である。

** 放電終止電圧は1.7［V］である。

*** 自動車用鉛蓄電池の容量は，慣習として20時間率で表す。20時間率の公称電圧は12［V］で，放電終止電圧は10.5［V］である。

ボルタ (Alessandro Volta 1745～1827)　イタリアの電気化学者。

ガルヴァーニ (イタリア) が発見した動物電気の現象を研究し，この電気現象の原因が異種の金属の接触にあることを明らかにした。1799 年にはボルタの電池を作り，初めて化学的な方法による電気の発生法を発見した。それ以前は，摩擦電気のような静電気ばかりであったが，初めて連続した電気である電流が得られ，以後の電気実験に画期的な手段を与えることになった。

ボルタは，ナポレオン皇帝からパリに招待され，皇帝の前で電池の実験を行って見せた。

電圧の単位ボルト [V] は，彼の名によっている。

問 11. 起電力 2 [V]，100 [A·h]，10 時間率の蓄電池がある。内部抵抗を 0.002 [Ω] とすれば，端子電圧はいくらか。8 時間使用したら，内部抵抗は 1.5 倍になり，起電力も 1.92 [V] に低下した。端子電圧はいくらになったか。

問　　題

1. 電気化学当量とは何か。

2. 電気化学当量が 0.329 [mg/C] の物質がある。1 [A·h] の電気量によって得られるこの物質の析出量はいくらか。

3. 一次電池と二次電池とは，どのように違うか。

章 末 問 題

1. 図1の回路において，電圧計が 32 [V] を示すようにするには，抵抗 R を何オームにすればよいか。ただし，電池の内部抵抗は0とする。

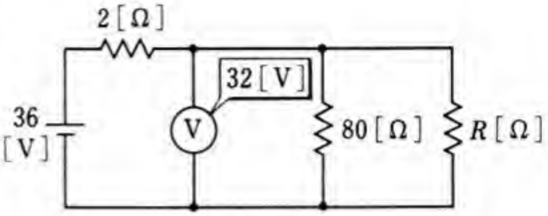


図 1

2. 図2の回路で，各抵抗を流れる電流 I_1, I_2, I_3 を求めよ。

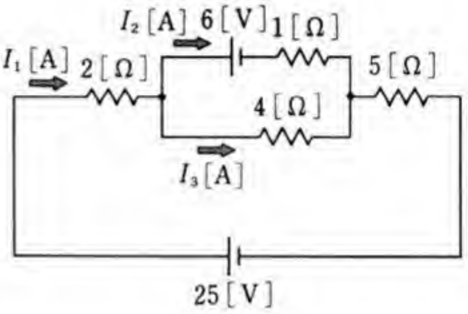


図 2

3. 100 [V]，300 [W] の電熱線がある。

(1) この電熱線の抵抗は何オームか。

(2) 100 [V] の電圧を加えると何アンペアの電流が流れるか。

(3) 10 [°C] の水 1 [kg] の温度を 80 [°C] にするには何分かかるか。ただし，電熱線が発生する熱のうち，80 [%] が有効に水に供給されるものとする。

(4) (3) で消費される電力量はいくらか。

4. 100 [V]，300 [W] の電熱線がある。電熱線が切れたので，切れ端を捨てて接続し直したら，長さがもとの $\frac{4}{5}$ になったという。

(1) 抵抗は何倍になったか。

(2) 100 [V] の電圧を加えたら，流れる電流は何倍になったか。また，消費電力は何倍になったか。

5. ある電気機器の内部に，20 [°C] において 500 [Ω] の抵抗を示す銅線コイルが埋めてある。いま，ホイートストンブリッジでその抵抗を測定したら 652 [Ω] であった。この電気機器の内部の温度はいくらか。ただし，銅線の抵抗の温度係数は $\alpha_{20}=3.9\times10^{-3}$ [°C^{-1}] とする。

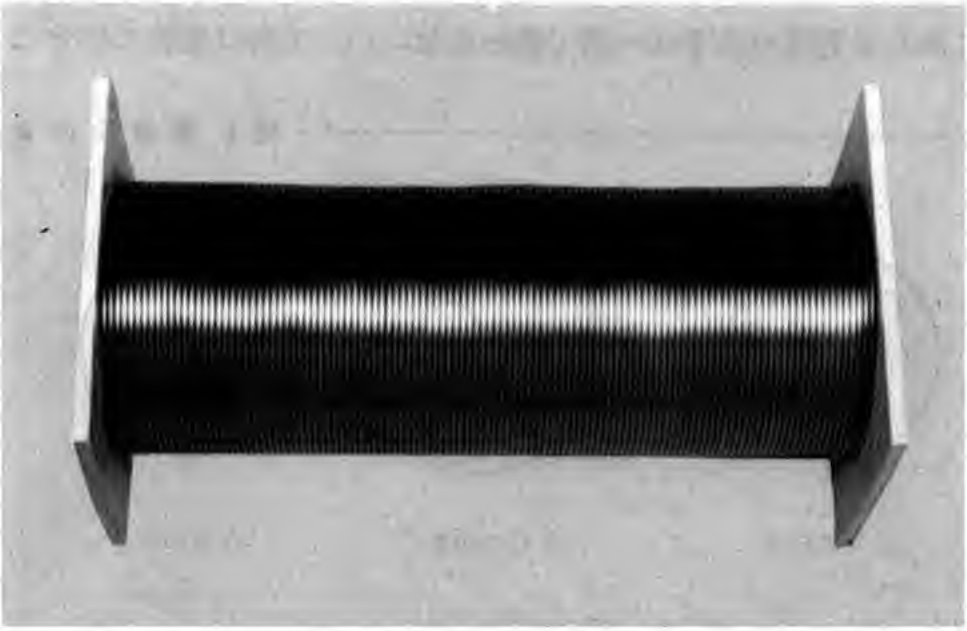
第2章
電気と磁気

導体に電流が流れると，そのまわりに磁気が現れる。また，磁気のある空間に電流が流れている導体があると，その導体に力が働く。電車や電気洗たく機などに使われている電動機は，その働きを利用したものである。

磁気のある空間を導体が運動すると，導体に起電力が生じる。発電所などにある発電機は，その働きを利用したものである。また，電線を巻いたコイルの中の磁気が変化すると，コイルに起電力が生じる。変圧器とよばれるものはこの原理を利用している。

この章では，電気と磁気に関するいろいろな働きについて学ぶ。

コ　イ　ル



1 電流と磁界

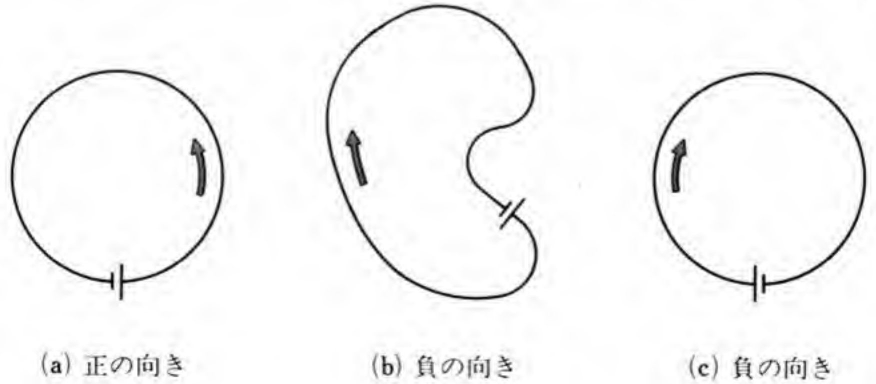
この節の目標　電流がもっている性質には，熱作用や化学作用があることを前章で学んだ。電流がもっているもう一つの重要な性質は磁気作用である。ここではまず，これから学習を進めるうえで必要となる角の表し方や三次元のベクトルについて調べ，次に，電流によって生じる磁界について学ぶ。

1. 方向と向き

磁針のN極は北の方向を指す。大阪は東京の西の方向にある。このように，自分が考えている点を基準にして，東西南北上下などを区別する概念を**方向** (declination) という。

回路に流れる電流は，電線が曲がっていると，空間的には流れる方向が変わる。しかし，回路全体に着目すると，電流の向きは回路に沿って二通りしか考えられない。例えば，図1(a), (b), (c)は，回路に流れる電流の向きは一定で変わらないが，方向は電線の部分に

図1 電流の向き



(a) 正の向き　(b) 負の向き　(c) 負の向き

よって，つねに変化している。

時計の針の回転と逆向きを**正の向き**，同じ向きを**負の向き**と決める。図(a)の電流の向きは正であり，図(b)，(c)の電流の向きは負である。

向き (orient) は，方向とは別の概念であって，二つの状態を区別する場合に使われる。方向は，一般に向きの意味も含めて使われることが多い。その場合には，方向には正負があることを考えなければならない。

2. 角の表し方

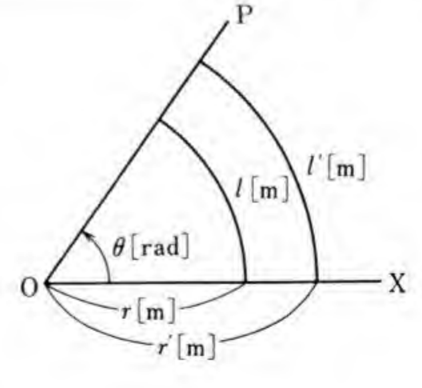
ここでは弧度法とよばれる角を表す一つの方法と，一般的な角の表し方について学び，さらに立体角について学ぶ。

(1) 弧　度　法

これまで使ってきた角の表し方は**60分法**とよばれる。直角の $\frac{1}{90}$ の角を単位として1度 (単位記号 °) という。1度の $\frac{1}{60}$ を1分 (単位記号 ′)，1分の $\frac{1}{60}$ を1秒 (単位記号 ″) という。

角の表し方には，このほかに，次に示す弧度法とよばれる方法がある。

図2　弧　度　法



∠XOP が点Oを中心とする半径 r [m] の円から切り取る弧の長さを l [m] とし，比 $\frac{l}{r}$ を考える。図2に示すように，異なる半径 r' [m] の円から切り取る弧の長さを l' [m] とするとき，相似の関係から，次の等式がなりたつ。

$$\frac{l}{r}=\frac{l'}{r'} \qquad (1)$$

したがって，$\frac{l}{r}$は ∠XOP によって定まる。この値$\frac{l}{r}$を θ と書き，∠XOP は θ **ラジアン** (radian，単位記号 rad) であるという。このようにして角を表す方法が**弧度法**である。したがって，半径 r[m] の円において，中心角 θ [rad] に対する弧の長さ l [m] は，次のように表される。

$$l=r\theta \qquad (2)$$

(2) は，円の半径が定まれば，中心角に対する弧の長さ l [m] は中心角 θ [rad] に比例することを示している。とりあえず，角 θ は，$0 \leqq \theta \leqq 2\pi$ の範囲で表すことにする。

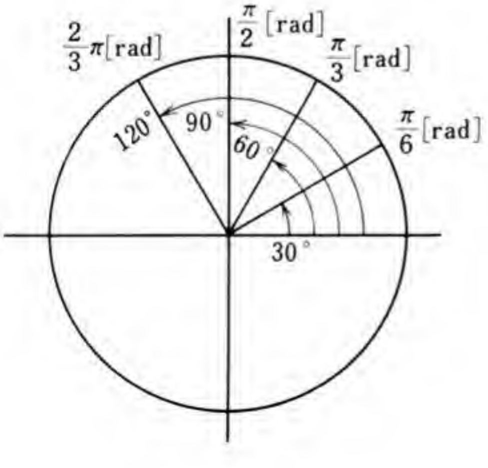
半径 r [m] の円において，中心角 180° に対する弧の長さは，πr [m] であるから，

$$180° = \pi \text{ [rad]} \qquad (3)$$

である。この関係を使って，度とラジアンの換算を行う。

図 3 は，度とラジアンの関係を表した例である。

図 3 度とラジアン



度	$x°$	30°	45°	60°	90°	180°
[rad]	$\frac{\pi}{180}x$	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π

問 1. 90° は何ラジアンか。

問 2. $\frac{3}{2}\pi$ [rad] は何度か。

(2) 一　般　角

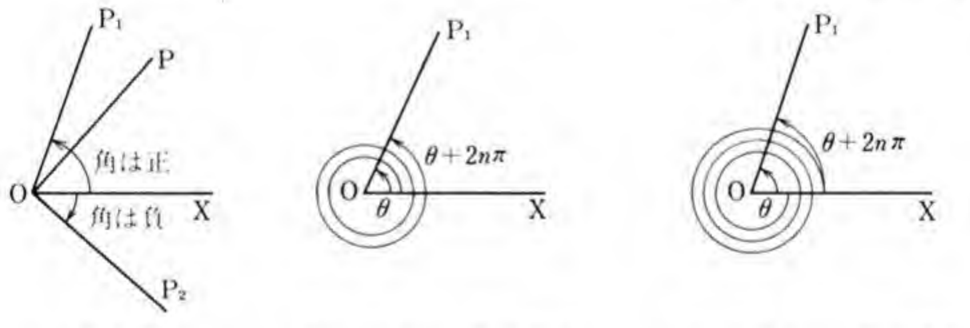
点 O のまわりを回転する線分 OP を考え，これを**動径** (radius vector) という。

図 4 (a) に示すように，OP の回転の向きが正のとき，その角は正，回転の向きが負のとき，その角は負と決める。すなわち，∠XOP_1 は正であり，∠XOP_2 は負である。また，図 (b), (c) に示すように，∠XOP_1を θ とし，

$$\theta + 2n\pi \quad (n \text{ は整数}) \qquad (4)$$

を角と認めれば，この角の動径 OP は n 回転して，角 θ の動径の位置 OP_1 と重なる。このように，角の意味を拡張して，式 (4) を**一般角**という。

図 4　一　般　角



(a) 角の正負　(b) n が正 ($n=2$) の場合　(c) n が負 ($n=-3$) の場合

(3) 立　体　角

空間の中の一点 O から出る半直線が動いて，空間のある部分を囲んだとする。この図形を O を頂点とする**すい** (cone) という。

図 5 に示すように，O を頂点とするすいと，点 O を中心とする半径 r, r' [m] の二つの球面を考える。このすいが，半径 r [m] の

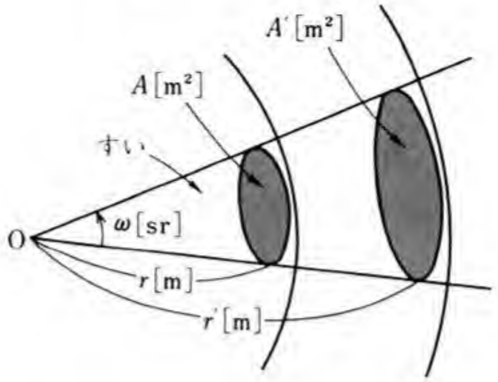


図5 立 体 角

球面から切り取る面積を A[m²]，半径 r'[m] の球面から切り取る面積を A'[m²] とする。球の半径が変わっても，r^2[m²] と球面の面積 A[m²] とは比例するから，次の等式がなりたつ。

$$\frac{A}{r^2}=\frac{A'}{r'^2}$$

したがって，$\frac{A}{r^2}$ は，すいが定まれば一定の値を示す。$\frac{A}{r^2}$ をこのすいの**立体角** (solid angle) という。立体角は，点 O から見たすいの部分の広がりの度合いを表す。この値 $\frac{A}{r^2}$ を ω と書き，このすいの立体角は ω **ステラジアン** (steradian, 単位記号 sr) であるという。

したがって，半径 r[m] の球面から，立体角 ω[sr] のすいが切り取る面積 A[m²] は，次のように表される。

$$A=\omega r^2 \qquad (5)$$

(5) は，球の半径が定まれば，すいによって切り取られる球面の面積 A[m²] は，すいの立体角 ω[sr] に比例することを示している。

半径 r[m] の球の表面積 A[m²] は，$4\pi r^2$[m²] に等しいから，全空間の立体角 ω は，$\omega=\frac{A}{r^2}=4\pi$[sr] である。したがって，立体角 ω は，$0\leqq\omega\leqq4\pi$[sr] の範囲の値をとる。

3. ベクトル

「中学理科」，「理科Ｉ」で，力や速度など，大きさと方向をもつ量は，ベクトルで表すことができ，二つの力や二つの速度を合成するときには，ベクトルの合成として求められることを学んだ。

ここでは，電気・磁気などを学ぶのに必要なベクトル，およびその性質，スカラー積，ベクトル積などについて調べる。

(1) 右手系の直交座標

点Oで互いに直交する3直線をとり，それぞれの直線上で，Oを原点とする座標を定める。3直線は，ふつう図6(a)に示すように，正の向きを定め，それぞれの直線を x 軸，y 軸，z 軸とよび，三つの軸をまとめて座標軸という。x 軸と y 軸を含む平面を xy 平面，y 軸と z 軸を含む平面を yz 平面，z 軸と x 軸を含む平面を zx 平面という。

空間の点Pは，点Pの x 軸，y 軸，z 軸におろした垂線の足 P_1, P_2, P_3 の座標 p_1, p_2, p_3 の組で表すことができる。この実数の組を点Pの**直交座標**，または単に座標という。点Pの座標が (p_1, p_2, p_3) であるとき，図7に示すように，Pを $P(p_1, p_2, p_3)$ と書く。

図 6 右手系の直交座標

図6(b)に示すように，右手の親指・人差し指・中指を互いに直交するように開き，親指を x 軸の正の向き，人差し指を y 軸の正の向きに向けたとき，中指が z 軸の正の向きを向くような座標軸のとり方を**右手系**とよぶ*。一般に右手系が使われているので，座標といえば，右手系の直交座標を意味する。

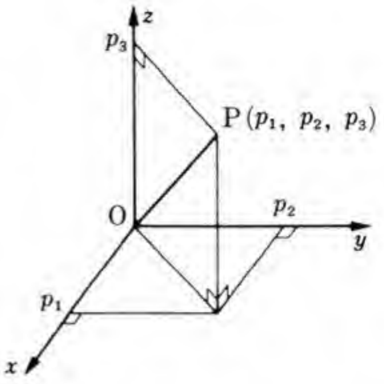


図7 直交座標

(2) 有向線分の性質

ベクトル量とスカラー量　長さや質量などは，あらかじめ単位を決めておけば，一つの実数で表すことができる。力や速度などは，大きさのほかに方向も考えなければならないので，一つの実数だけでは，その量を表すことはできない。力や速度のように，符号をも含めて大きさのほかに方向も考えなければならない量を**ベクトル量**といい，長さや質量のように，一つの実数で表すことができる量を**スカラー量**という。

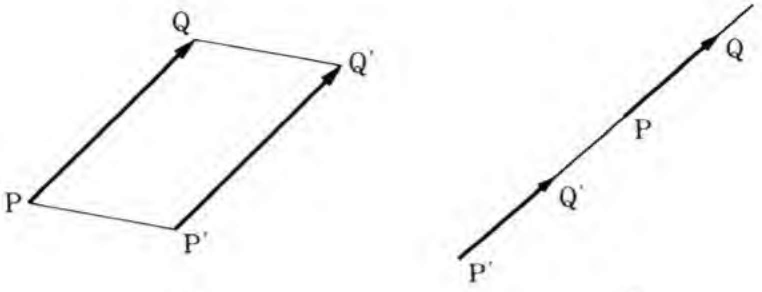
有向線分　空間内の線分PQに向きをつけて $\overrightarrow{PQ}$ と表したものを，その空間における**有向線分** (directed segment) という。点Pをその始点，点Qをその終点という。有向線分 $\overrightarrow{QP}$ は $\overrightarrow{PQ}$ と大きさが等しく，向きが反対である。このことを次のように表す。

$$\overrightarrow{QP} = -\overrightarrow{PQ} \tag{6}$$

図8のように，二つの有向線分 $\overrightarrow{PQ}$, $\overrightarrow{P'Q'}$ が一直線上にない場合，

---

* 右手をそっくり左手におきかえた座標軸のとり方を**左手系**という。この系は，x 軸，y 軸の向きに対して，z 軸の向きが逆になっている。



(a)　　(b)

図8 有向線分

PP′Q′Q が平行四辺形ならば，$\overrightarrow{PQ}$ と $\overrightarrow{P'Q'}$ は等しいと定義する。また，$\overrightarrow{PQ}$ と $\overrightarrow{P'Q'}$ が一直線上にある場合には，$\overrightarrow{PQ}$ と $\overrightarrow{P'Q'}$ が同じ長さと同じ向きをもっていれば等しいと定義する。$\overrightarrow{PQ}$ と $\overrightarrow{P'Q'}$ が等しいことを

$$\overrightarrow{PQ}=\overrightarrow{P'Q'} \tag{7}$$

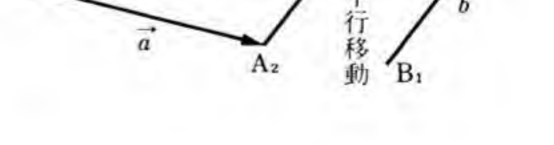
と表す。このとき，$\overrightarrow{PQ}$, $\overrightarrow{P'Q'}$ は平行移動によって重ね合わせることができる。

$\overrightarrow{PQ}$ の大きさ，つまり長さを $|\overrightarrow{PQ}|$ と書く。

有向線分は一つの文字を使って表すこともある。例えば，力は $\vec{F}$, 速度は $\vec{u}$ のように書く。

有向線分の和　有向線分 $\vec{a}$, $\vec{b}$ を合成した結果，つまり有向線分の和 $\vec{a}+\vec{b}$ は，次のように決める。

図9 有向線分の和



$\vec{a}=\overrightarrow{A_1A_2}$, $\vec{b}=\overrightarrow{B_1B_2}$ のとき，$\vec{a}$ の終点 A_2 に $\vec{b}$ の始点 B_1 が一致するように，$\vec{b}$ を平行移動する。その結果 $\vec{b}$ の終点 B_2 が点 A_3 に移動したとする。そのとき，

$\overrightarrow{A_1A_3}$ で表される有向線分を $\vec{a}$, $\vec{b}$ の和といい，$\vec{a}+\vec{b}$ と定義する。

有向線分 $\vec{a}=\overrightarrow{A_1A_2}$ に対して，$\overrightarrow{A_2A_1}$ で表される有向線分を $-\vec{a}$ で表す。さて，

$$\vec{a}+(-\vec{a})=\overrightarrow{A_1A_2}+\overrightarrow{A_2A_1}=\overrightarrow{A_1A_1}$$

が得られるが，有向線分 $\overrightarrow{A_1A_1}$ は，大きさが0で，方向は決まらない。しかし，これも有向線分とみなし，**零元**という。そして，$\vec{0}$ で表す。

$\vec{a}$ から $\vec{b}$ を引いた差 $\vec{a}-\vec{b}$ は，次のように決める。

$$\vec{a}-\vec{b}=\vec{a}+(-\vec{b})$$

有向線分の実数倍　m を一つの実数とする。有向線分 $\vec{a}$ を m 倍することを次のように定める。

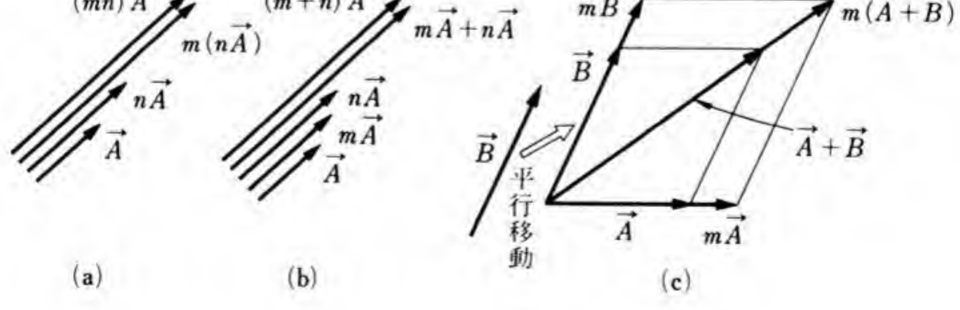
$m>0$ のときには，$\vec{a}$ の長さを m 倍する。

$m<0$ のときには，$\vec{a}$ の長さを $|m|$ 倍して，向きを変える。

$m=0$ のときには，零元とする。

図10(a)は，有向線分 $\vec{A}$ を n 倍し，さらに m 倍した $m(n\vec{A})$ が，$\vec{A}$ を mn 倍した $(mn)\vec{A}$ に等しいことを示している。図(b)は，$\vec{A}$ を m 倍した $m\vec{A}$ と n 倍した $n\vec{A}$ との和 $m\vec{A}+n\vec{A}$ が，$\vec{A}$ を $(m+n)$ 倍した $(m+n)\vec{A}$ に等しいことを示している。図(c)は，$\vec{A}$ の m 倍 $m\vec{A}$ と $\vec{B}$ の m 倍 $m\vec{B}$ との和 $m\vec{A}+m\vec{B}$ が，$\vec{A}$ と $\vec{B}$ の和 $\vec{A}$

図10　有向線分の実数倍



$+\vec{B}$ の m 倍 $m(\vec{A}+\vec{B})$ に等しいことを示している。

(3) ベクトルの演算法則

有向線分について，次の演算法則がなりたつことを見た。すなわち，$\vec{A}, \vec{B}, \vec{C}$ を有向線分とすると，

Ⅰ $$(\vec{A}+\vec{B})+\vec{C}=\vec{A}+(\vec{B}+\vec{C}) \quad (8)$$

Ⅱ $$\vec{A}+\vec{B}=\vec{B}+\vec{A} \quad (9)$$

Ⅲ $$\vec{0}+\vec{A}=\vec{A} \quad (10)$$

Ⅳ $$(-\vec{A})+\vec{A}=\vec{0} \quad (11)$$

また，有向線分と実数 m, n との乗法について，次の演算法則がなりたつ。

Ⅴ $$m(n\vec{A})=(mn)\vec{A} \quad (12)$$

Ⅵ $$(m+n)\vec{A}=m\vec{A}+n\vec{A} \quad (13)$$

Ⅶ $$m(\vec{A}+\vec{B})=m\vec{A}+m\vec{B} \quad (14)$$

であった。さて，一般に，上記のⅠからⅦまでの条件を満足するような元 $\vec{A}, \vec{B}, \vec{C}, \cdots$ の全体の集合 $\mathbf{V}$ を**ベクトル空間**といい，それらの元を**ベクトル** (vector) という。ベクトルと実数 m, n との乗法をとくにベクトルのスカラーとの乗法という。有向線分は，ⅠからⅦまでの条件を満足するから，当然ベクトルである。また，ベクトル空間では，零元 $\vec{0}$ を**零ベクトル**という。

(4) 位置ベクトル

上述の定義から，有向線分はベクトルである。有向線分のうち，原点を始点とするものを**位置ベクトル** (position vector) という。位置ベクトルの集合は，性質Ⅰ～Ⅶを満足するから，やはりベクトルである。これ以後，ベクトルといえば，位置ベクトルのことと約束する。

大きさが1のベクトルを**単位ベクトル**（unit vector）という。ベクトル $\vec{a}$ の方向の単位ベクトルを $\vec{a}_0$ で表せば，$|\vec{a}|=a$ だから，$\vec{a}_0$ は次のように書ける。

$$\vec{a}_0=\frac{\vec{a}}{|\vec{a}|} \qquad (15)$$

と書ける。$|\vec{a}_0|=\dfrac{|\vec{a}|}{|\vec{a}|}=1$ だからである。

右手系の直交座標において，x 軸，y 軸，z 軸方向の単位ベクトルをそれぞれ $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ で表し，これらをとくに**基本ベクトル**（fundamental vector）という。

任意のベクトル $\overrightarrow{\mathrm{OA}}$ の終点Aの座標を a_1, a_2, a_3 とするとき，$\overrightarrow{\mathrm{OA}}$ を $\vec{a}$ と書けば，$\vec{a}$ は，基本ベクトルを使って，次のように一意的に表される。

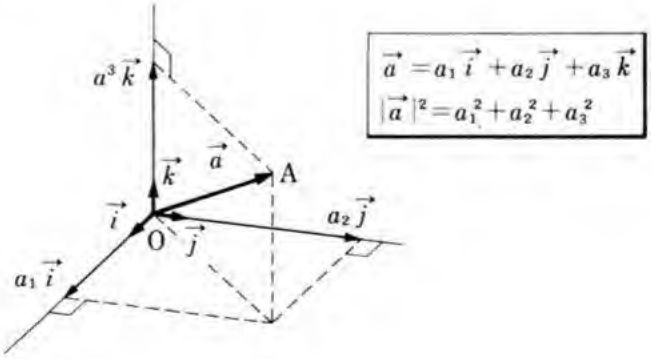
$$\vec{a}=a_1\vec{i}+a_2\vec{j}+a_3\vec{k} \qquad (16)$$

このとき，a_1 を $\vec{a}$ の x 成分，a_2 を y 成分，a_3 を z 成分という。ピタゴラスの定理から，

$$|\vec{a}|^2=a_1{}^2+a_2{}^2+a_3{}^2 \qquad (17)$$

は明らかである。

図 11 基本ベクトルとベクトルの成分



あるベクトル $\vec{s}$ に対して角 θ の方向にベクトル $\vec{a}$ があるとする。ベクトル $\vec{a}$ の $\vec{s}$ 方向の直線上への正射影を a_s で表せば，

$$a_s = |\vec{a}|\cos\theta \tag{18}$$

である。この a_s をベクトル $\vec{a}$ の $\vec{s}$ 方向の成分という。もちろん a_s は，θ が $0<\theta<\frac{\pi}{2}$ のとき正，$\frac{\pi}{2}<\theta<\pi$ のとき負である。

図 12 に示すように，ベクトル $\vec{a}, \vec{b}, \vec{a}+\vec{b}$ がある。

$$a_s = \mathrm{OA}, \quad b_s = \mathrm{OB} = \mathrm{AC},$$

$$(a+b)_s = \mathrm{OC} = \mathrm{OA} + \mathrm{AC}$$

$$= a_s + b_s$$

から，二つのベクトル $\vec{a}, \vec{b}$ の任意のベクトル $\vec{s}$ 方向の成分の和は，ベクトル和 $\vec{a}+\vec{b}$ の $\vec{s}$ 方向の成分と等しいことがわかる。

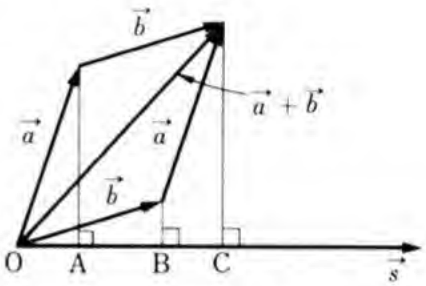


図 12　ベクトルの $\vec{s}$ 方向の成分

（5） スカラー積

図 13 に示すように，ベクトル $\vec{a}, \vec{b}$ があり，$\vec{a}=\overrightarrow{\mathrm{OA}}, \vec{b}=\overrightarrow{\mathrm{OB}}$ とする。$\vec{a}$ と $\vec{b}$ によって，∠AOB が決まる。これを θ と書く。このとき，$|\vec{a}||\vec{b}|\cos\theta$ を $\vec{a}$ と $\vec{b}$ の**スカラー積** (scalar product)，または**内積** (inner product) といい，$\vec{a}\cdot\vec{b}$ で表す。すなわち，

$$\vec{a}\cdot\vec{b} = |\vec{a}||\vec{b}|\cos\theta \tag{19}$$

である。

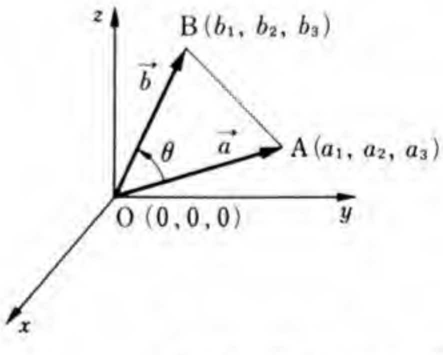


図 13　スカラー積

$\vec{a}\cdot\vec{b}$ は，定義から，$\vec{a}, \vec{b}$ のうち，少なくとも一方が零ベクトルであれば 0，$\vec{a}$ と $\vec{b}$ が直交していれば 0 である。スカラー積はスカラーである。

スカラー積に対しては，その定義から交換の法則がなりたつ。

$$\vec{a}\cdot\vec{b}=\vec{b}\cdot\vec{a} \tag{20}$$

また，$|\vec{a}|=a$, $|\vec{b}|=b$ と表せば，

$$\vec{a}\cdot\vec{b}=ab_a=ba_b$$

となる。すなわち，ベクトルのスカラー積は，一方のベクトルの大きさと，その方向の他方のベクトルの成分との積に等しい。

$\vec{a}$ の $\vec{c}$ 方向の成分と $\vec{b}$ の $\vec{c}$ 方向の成分の和は，$(\vec{a}+\vec{b})$ の $\vec{c}$ 方向の成分に等しいから，

$$(\vec{a}+\vec{b})\cdot\vec{c}=\vec{a}\cdot\vec{c}+\vec{b}\cdot\vec{c} \tag{21}$$

がなりたつ。すなわち，スカラー積に対して，分配の法則がなりたつ。

基本ベクトル $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ に対して，次の関係がなりたつ。

$$\left.\begin{aligned}\vec{i}\cdot\vec{i}=\vec{j}\cdot\vec{j}=\vec{k}\cdot\vec{k}=1\\ \vec{i}\cdot\vec{j}=\vec{j}\cdot\vec{k}=\vec{k}\cdot\vec{i}=0\end{aligned}\right\} \tag{22}$$

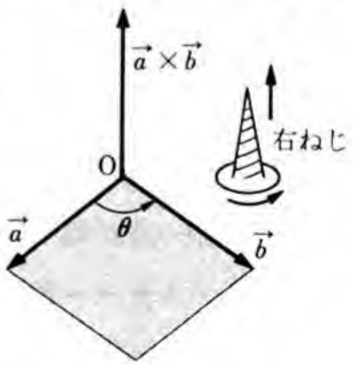
$\vec{a}, \vec{b}$ の成分をそれぞれ (a_1, a_2, a_3), (b_1, b_2, b_3) とすれば，分配の法則を使って，$\vec{a}\cdot\vec{b}$ は次のように表される。

$$\begin{aligned}\vec{a}\cdot\vec{b}&=(a_1\vec{i}+a_2\vec{j}+a_3\vec{k})\cdot(b_1\vec{i}+b_2\vec{j}+b_3\vec{k})\\ &=a_1b_1\vec{i}\cdot\vec{i}+a_1b_2\vec{i}\cdot\vec{j}+a_1b_3\vec{i}\cdot\vec{k}\\ &\quad+a_2b_1\vec{j}\cdot\vec{i}+a_2b_2\vec{j}\cdot\vec{j}+a_2b_3\vec{j}\cdot\vec{k}\\ &\quad+a_3b_1\vec{k}\cdot\vec{i}+a_3b_2\vec{k}\cdot\vec{j}+a_3b_3\vec{k}\cdot\vec{k}\\ &=a_1b_1+a_2b_2+a_3b_3\end{aligned} \tag{23}$$

（6） ベクトル積

図14に示すように，ベクトル $\vec{a}, \vec{b}$ がある。それらを含む平面に垂直で，$\vec{a}$ に対して $\vec{b}$ がなす角 $\theta\,(0<\theta<\pi)$ の向きに右ねじを回したとき，右ねじが進む向きをもち，$|\vec{a}||\vec{b}|\sin\theta$ の大きさをもつベクトルをベクトル $\vec{a}, \vec{b}$ の**ベクトル積**（vector

図14 ベクトル積



product)，または**外積** (exterior product) といい，$\vec{a}\times\vec{b}$ で表す。定義から，

$$|\vec{a}\times\vec{b}|=|\vec{a}||\vec{b}|\sin\theta \qquad (24)$$

である。この値は，$|\vec{a}|$, $|\vec{b}|$ を2辺とする平行四辺形の面積である。

$\vec{a}\times\vec{b}$ は，$\vec{a}$, $\vec{b}$ のうち，少なくとも一方が零ベクトルであれば零ベクトル，または，$\vec{a}$ と $\vec{b}$ が平行であれば零ベクトルである。ベクトル積はベクトルである。いま $\vec{b}\times\vec{a}$ を考えると，$\vec{b}$ に対して $\vec{a}$ がなす角 θ' は，$\vec{a}$ に対して $\vec{b}$ がなす角 θ に等しく，したがって，ベクトル積の大きさは変わらないが，向きが変わる*。すなわち，

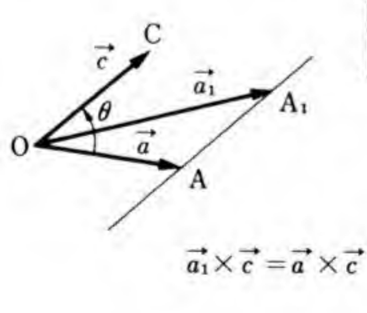
$$\vec{a}\times\vec{b}=-\vec{b}\times\vec{a} \qquad (25)$$

である。したがって，ベクトル積に対しては交換の法則はなりたたない。

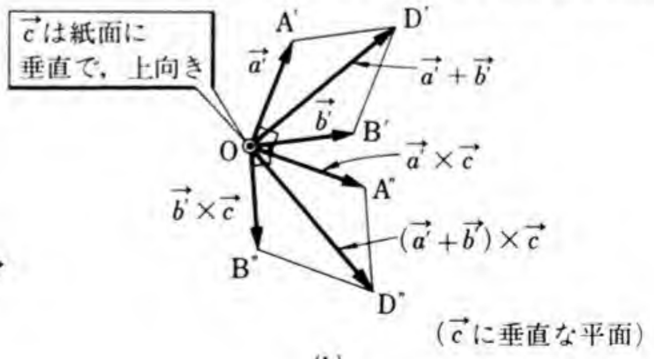
図15(a)に示すように，ベクトル $\vec{a}$, $\vec{c}$ があり，$\vec{a}=\overrightarrow{OA}$, $\vec{c}=\overrightarrow{OC}$ とする。点Aを通り，$\overrightarrow{OC}$ に平行な直線上の任意の点を A_1 とする。ベクトル $\overrightarrow{OA_1}$ を $\vec{a}_1$ と書けば，ベクトル積の定義から，次の関係がなりたつ。

$$\vec{a}_1\times\vec{c}=\vec{a}\times\vec{c}$$

図 15　ベクトル積に対する分配の法則



(a)



(b)

* $\vec{b}$ に対する $\vec{a}$ の角 θ' は，$\vec{a}$ に対する $\vec{b}$ の角 θ と大きさが同じで異符号と考えれば，上述の条件 $0<\theta<\pi$ を $-\pi<\theta<\pi$ でおきかえられる。

さらに第3のベクトル $\vec{b}$ があり，$\vec{b}=\overrightarrow{\mathrm{OB}}$, $\vec{a}+\vec{b}=\overrightarrow{\mathrm{OD}}$ とする。点A, B, D を通り，$\overrightarrow{\mathrm{OC}}$ に平行な3本の直線と，点Oを通り，$\overrightarrow{\mathrm{OC}}$ に垂直な平面との交点をそれぞれ A′, B′, D′ とする。図(b)に示すように，ベクトル $\overrightarrow{\mathrm{OA'}}$ を $\vec{a}'$, ベクトル $\overrightarrow{\mathrm{OB'}}$ を $\vec{b}'$ と書けば，ベクトル $\overrightarrow{\mathrm{OD'}}$ は $\vec{a}'+\vec{b}'$ である。また，

$$\vec{a}'\times\vec{c}=\vec{a}\times\vec{c}$$
$$\vec{b}'\times\vec{c}=\vec{b}\times\vec{c}$$
$$(\vec{a}'+\vec{b}')\times\vec{c}=(\vec{a}+\vec{b})\times\vec{c}$$

の関係がなりたつ。これらのベクトル積は，図(b)において，$\vec{c}$が紙面に対して上向きならば，ベクトル $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{a}+\vec{b}$ の方向を負の向きに $\frac{\pi}{2}$ だけ回転し，大きさを $|\vec{c}|$ 倍すれば得られる。また，$\vec{c}$ が紙面に対して下向きならば，ベクトルの回転の向きを逆にすればよい。したがって，図(b)から明らかなように，次の関係がなりたつ。

$$(\vec{a}+\vec{b})\times\vec{c}=\vec{a}\times\vec{c}+\vec{b}\times\vec{c} \qquad (26)$$

これは，ベクトル積に対する分配の法則である。

基本ベクトル $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$ に対して，次の関係がなりたつ。

$$\left.\begin{array}{l}\vec{i}\times\vec{i}=\vec{j}\times\vec{j}=\vec{k}\times\vec{k}=0\\ \vec{i}\times\vec{j}=\vec{k},\ \vec{j}\times\vec{k}=\vec{i},\ \vec{k}\times\vec{i}=\vec{j}\end{array}\right\} \qquad (27)$$

$\vec{a}$, $\vec{b}$ の成分をそれぞれ (a_1, a_2, a_3), (b_1, b_2, b_3) とすれば，分配の法則を使って，$\vec{a}\times\vec{b}$ は次のように表される。

$$\begin{aligned}\vec{a}\times\vec{b}&=(a_1\vec{i}+a_2\vec{j}+a_3\vec{k})\times(b_1\vec{i}+b_2\vec{j}+b_3\vec{k})\\ &=a_1b_1\vec{i}\times\vec{i}+a_1b_2\,\vec{i}\times\vec{j}+a_1b_3\,\vec{i}\times\vec{k}\\ &\quad+a_2b_1\vec{j}\times\vec{i}+a_2b_2\vec{j}\times\vec{j}+a_2b_3\vec{j}\times\vec{k}\\ &\quad+a_3b_1\,\vec{k}\times\vec{i}+a_3b_2\,\vec{k}\times\vec{j}+a_3b_3\,\vec{k}\times\vec{k}\\ &=(a_2b_3-a_3b_2)\vec{i}+(a_3b_1-a_1b_3)\vec{j}+(a_1b_2-a_2b_1)\vec{k}\end{aligned} \qquad (28)$$

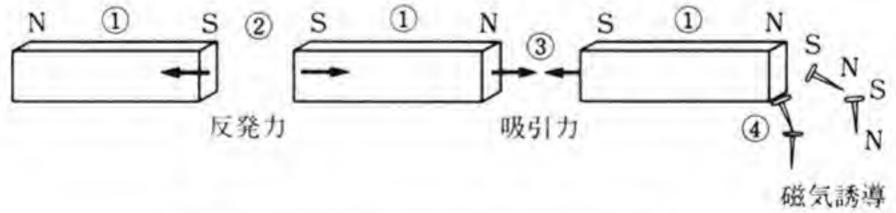
4. 電流による磁界

電流が流れるとそのまわりに磁界ができる。ここではまず，磁荷・磁位・磁界などについて調べ，次にアンペールの右ねじの法則，ビオ・サバールの法則について考える。

(1) 磁 石 と 磁 荷

磁石の両端は，鉄粉を引きつける力がとくに強く，細い棒磁石や磁針では，この働きを示す部分が，ほとんど両端の各1点に集中していると考えてよい。これを磁石の**磁極** (magnetic pole) という。磁極にはN極とS極がある。図16に示すように，N極とN極，またはS極とS極の間には反発力が働き，N極とS極の間には吸引力が働く。磁石の近くに鉄片があると，鉄片は一時的に磁石となり，磁石に引きつけられる。このとき，鉄片は磁化したといい，この現象を**磁気誘導** (magnetic induction) という。磁極間に力が働いたり，磁気誘導が生じたりする現象は**磁気現象**とよばれ，古くから知られている。地球は一つの磁石である。羅針板は，地球の磁極と磁針の間の磁気現象を利用したもので，広く使われている。

図 16 磁石と磁気現象



① 磁石にはN極とS極がある。
② 同種の極の間には反発力が働く。
③ 異種の極の間には吸引力が働く。
④ 磁石は鉄片を引きつける。

磁気現象の根元となるものを**磁気**という。磁気現象の原因となる実体として**磁荷**（magnetic charge）が考えられた*。磁荷は磁気量によって表される。磁気量の量記号には m, 単位には**ウェーバ**（weber, 単位記号 Wb）が使われる。磁極には磁荷があり，N 極の磁荷は正，S 極の磁荷は負で表す。磁極間に働く力は磁荷の間に働くと考える。磁気量は磁極の強さともよばれる。

点磁荷** m_1, m_2 [Wb] が r [m] へだてておかれているとき，その間に働く力 F [N] は，次のように表される***。

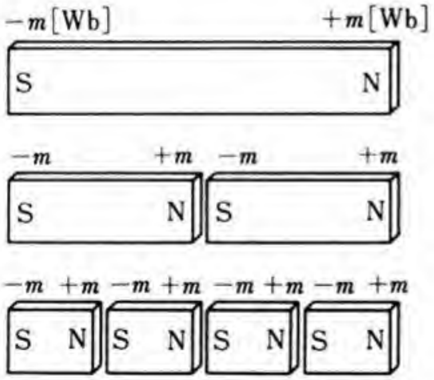
$$F=\frac{1}{4\pi\mu}\frac{m_1m_2}{r^2} \qquad (29)$$

これは磁気に関する**クーロンの法則**（Coulomb's law）とよばれる。

電荷には正の電荷と負の電荷があり，それぞれ単独に存在する。しかし，磁荷の場合は，正の磁荷と負の磁荷は，単独には存在せず，必ず対(つい)になっている。これを**磁気双極子**（magnetic dipole）という。

図 17 に示すように，N 極には m [Wb]，S 極には $-m$ [Wb]

図 17 磁石の磁荷



① 磁石を切ると小さな磁石に分かれる。
② 磁石がもつ磁気量は 0 [Wb] である。

* 磁気現象を生じる実体は電流である。磁荷は実際には存在しないし，磁石を形作っている磁気双極子も，その実体は一種の回転電流と考えられる。

** 一点に凝縮していると考えられる理想的な磁荷を**点磁荷**という。

*** μ は物質によって異なる定数で，**透磁率**（permeability）とよばれる。

の磁荷をもつ磁石を考える。この磁石全体の磁気量は0［Wb］である。この磁石を図のように切っても，それぞれの部分が m［Wb］と $-m$［Wb］の磁荷をもつ磁石となり，それぞれの磁石の磁気量も0［Wb］になる。

磁石のまわりや，電流が流れている電線のまわりの空間の状態を思考的に調べるとき，正の単位磁荷，すなわち1［Wb］の磁荷がよく使われる。

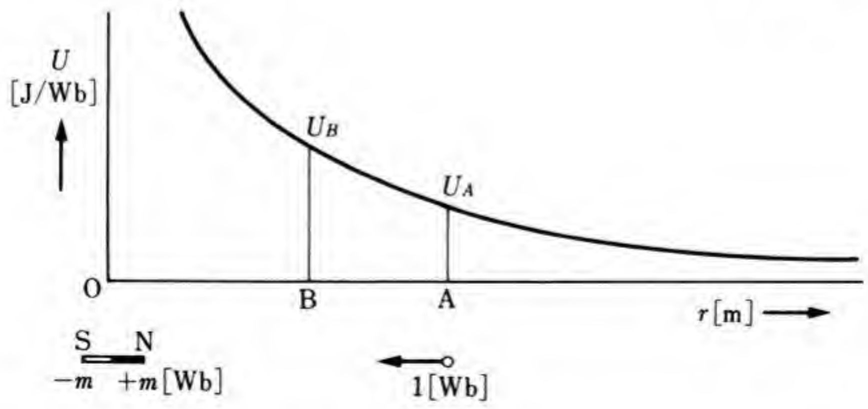
（2） 磁　　位

図18に示すように，磁石の近くの点Aに正の単位磁荷をおいたとき，それがもつ位置エネルギーを点Aの**磁位**(magnetic potential)という。そのとき，磁位の基準点を磁界を作っている磁石の影響の及ばない無限遠点におき，そこから点Aまで正の磁荷1［Wb］を静かに移動するのに必要な仕事量に匹敵するエネルギーと定義する。

正の磁荷1［Wb］を点Aから点Bまで移動するのに1［J］の仕事が必要であれば，点Bの磁位は点Aより1［J/Wb］だけ高い。

点Aの磁位を U_A［J/Wb］，点Bの磁位を U_B［J/Wb］とすれば，点Bの磁位は点Aの磁位より U_B-U_A［J/Wb］だけ高いという。

図18 磁　　位



点Aに対する点Bの磁位差 U_{BA} [J/Wb] を次のように定義する。

$$U_{BA}=U_B-U_A \tag{30}$$

〔例〕 正の磁荷 2 [Wb] を点Aから点Bまで移動するのに 100 [J] の仕事が必要であった。点Aの磁位 U_A が 40 [J/Wb] であれば，点Bの磁位 U_B は，

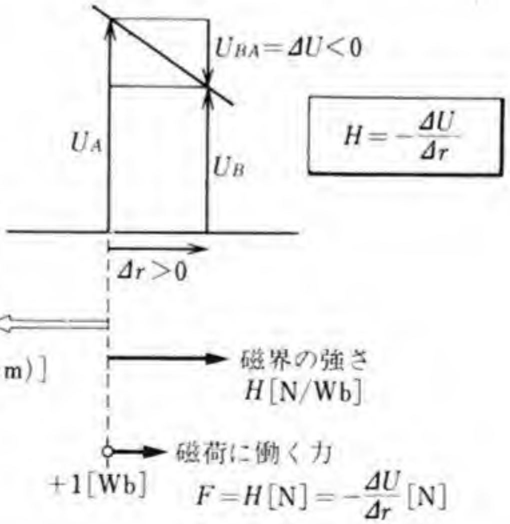
$$U_B=U_A+U_{BA}=40+\frac{100}{2}=90\ \text{[J/Wb]}$$

である。

（3） 磁位の傾きと磁界の強さ

図19に示すように，近接した2点A, Bがあり，磁位差を $U_{BA}=U_B-U_A=\Delta U$ [J/Wb]，点Aから点Bまでの変位を Δr [m] とする。$\dfrac{\Delta U}{\Delta r}$ [J/(Wb·m)] を**磁位の傾き** (magnetic potential gradient) という*。

図 19 磁位の傾きと磁界の強さ



* 点Aの磁位の傾き $\dfrac{\Delta U}{\Delta r}$，点Aの磁界の強さ $-\dfrac{\Delta U}{\Delta r}$ は，それぞれ Δr を限りなく0に近づけたときの値である。

磁位の空間的傾きが $\frac{\Delta U}{\Delta r}$ [J/(Wb·m)] の点に正の単位磁荷 1 [Wb] をおくと，磁位の傾きと逆向きに $-\frac{\Delta U}{\Delta r}$ [N/Wb] の力が働く。これを**磁界の強さ** (intensity of magnetic field) という。すなわち，磁界の強さ H [N/Wb] は，次のように表される*。

$$H = -\frac{\Delta U}{\Delta r} \tag{31}$$

－は，磁界の強さの向きが，磁位の傾きと逆向きであることを示している。三次元の空間では，磁位の傾きはベクトル** で，その大きさは $\left|\frac{\Delta U}{\Delta r}\right|$ [J/(Wb·m)]，方向は磁位の増加が最大の方向である。磁界の強さもベクトルであり，その大きさは H [N/Wb]，方向は磁位の傾きと逆向きである。磁界の強さの大きさや方向のことを，単に磁界の大きさ，磁界の方向ということが多い。(31) は，磁位 U が存在すれば，磁位の傾き $\frac{\Delta U}{\Delta r}$ が生じ，必然的に磁界が生じることを示している。

(4)　点磁荷による磁位と磁界の強さ

図 20 に示すように，正の点磁荷 m [Wb] から r [m] 離れた点 A にある正の単位点磁荷 1 [Wb] に働く力は反発力で，その大きさ F [N/Wb] は，クーロンの法則から次のように表される。

$$F = \frac{1}{4\pi\mu}\frac{m}{r^2} \tag{32}$$

(32) からわかるように，F [N] は，距離 r [m] の 2 乗に反比例

---

*　ビオ・サバールの法則によって，磁界の強さの単位には [A/m] が使われる。1 [A/m]＝1 [N/Wb] である。

**　直交座標で，位置 (x, y, z) の関数として磁位 U を示せば，各位置の磁位の傾きはベクトルで，その x 成分は $\frac{\Delta U}{\Delta x}$，$y$ 成分は $\frac{\Delta U}{\Delta y}$，$z$ 成分は $\frac{\Delta U}{\Delta z}$ で表される。

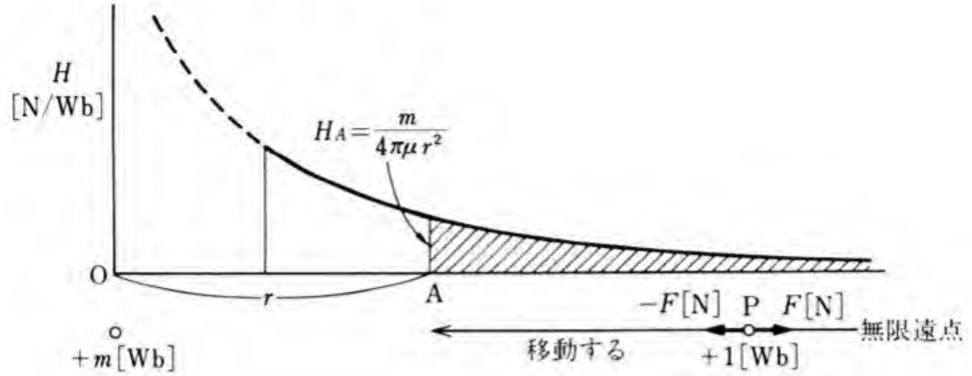


図 20 点磁荷による任意の点の磁界の強さ

するから，距離が大きくなると，急速に小さくなる。点 A における単位磁荷がもつ位置エネルギー，すなわち磁位を計算してみよう。磁荷 m [Wb] の影響が及ばない無限遠点を磁位の基準にとる。単位磁荷 1 [Wb] をそこから点 A まで移動するのに必要な仕事は，図 20 の斜線の部分の面積で表される。計算によると，その仕事 U [J/Wb]，および点 A の磁位 U[J/Wb] は，次のように表される。

$$U=\frac{m}{4\pi\mu r} \qquad (33)^*$$

すなわち，点磁荷 m [Wb] による任意の点の磁位 U[J/Wb] は，点磁荷からの距離 r [m] に反比例する。

点磁荷 m [Wb] から r [m] 離れた点 A の磁位 U_A [J/Wb] が (33) で与えられた。これと (31) を使って，点 A の磁界の大きさ H_A [N/Wb] を求めてみよう。

* 磁荷 P を移動するのに必要な仕事とは，磁荷 P に働いている力 $\vec{F}$ とつりあう力 $-\vec{F}$ を磁荷 P に加え，その力がする仕事のことである。

$$U=\int_{\infty}^{r}(-F)dr=\int_{\infty}^{r}\frac{-m}{4\pi\mu r^2}dr=\frac{m}{4\pi\mu}\int_{\infty}^{r}\frac{-1}{r^2}dr$$

$$=\frac{m}{4\pi\mu}\left[\frac{1}{r}\right]_{\infty}^{r}=\frac{m}{4\pi\mu r}$$

$$H=-\frac{\Delta U}{\Delta r}=-\frac{\dfrac{m}{4\pi\mu(r+\Delta r)}-\dfrac{m}{4\pi\mu r}}{\Delta r}$$

$$=\frac{m}{4\pi\mu}\frac{\dfrac{1}{r}-\dfrac{1}{r+\Delta r}}{\Delta r}$$

$$=\frac{m}{4\pi\mu}\frac{\Delta r}{r(r+\Delta r)\Delta r}$$

$$=\frac{m}{4\pi\mu}\frac{1}{r(r+\Delta r)}$$

Δr を限りなく 0 に近づけると，$\dfrac{1}{r(r+\Delta r)}$ は限りなく $\dfrac{1}{r^2}$ に近づくから，

$$H=\frac{m}{4\pi\mu r^2} \qquad (34)$$

が得られる。磁界の大きさは距離 r [m] の 2 乗に反比例するから，距離が大きくなると，急速に小さくなる。これはクーロンの法則にほかならない。

(34) で表される磁界におかれた点磁荷 m' [Wb] に働く力 F [N] は，次のように表される。

$$F=\frac{mm'}{4\pi\mu r^2}=m'H \qquad (35)$$

〔例〕 磁荷 1 [Wb] に働く力が 10 [N] であれば，その点の磁界の大きさは 10 [N/Wb] である。また，磁荷 1 [mWb] に働く力が 1 [N] であれば，その点の磁界の大きさ H は，

$$H=\frac{1\ [\mathrm{N}]}{0.001\ [\mathrm{Wb}]}=1000\ [\mathrm{N/Wb}]$$

である。

問 3. 磁荷 1 [mWb] に 3 [N] の力が働く点の磁界の大きさを求めよ。

(5) 電流による磁界

図21に示すように，電線に電流を流し，その付近に磁針をもってくると，磁針に力が働き，磁針は空間の場所ごとに一定の方向を指す。このことから，電流が流れると，その付近に磁界が生じることがわかる。

次に，図22(a)に示すように，鉄心に電線を巻き，電流を流し，その付近に磁針をもってくると，磁針は，空間の場所ごとに定まった方向を指す。その状態は，図(b)に示すように，磁石によって生じる磁界と同様になる。

磁石による磁界と，電流による磁界とは，長年の研究の結果，同じ性質のものであることがわかった。

図21において，電流による磁界の大きさは，電線からの距離が一定であれば，等しいということがわかっている。また，磁界の方向は，図に示すようになる。すなわち，電流が流れる方向と，磁界の向きとの関係は，右ねじが進む方向と，右ねじが回る向きとの関係に一致する。この性質は，実験で確かめられたもので，**アンペールの右ねじの法則** (Ampere's right-handed screw rule) という。

図 21 電流による磁界

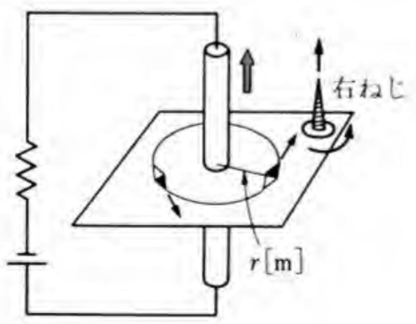
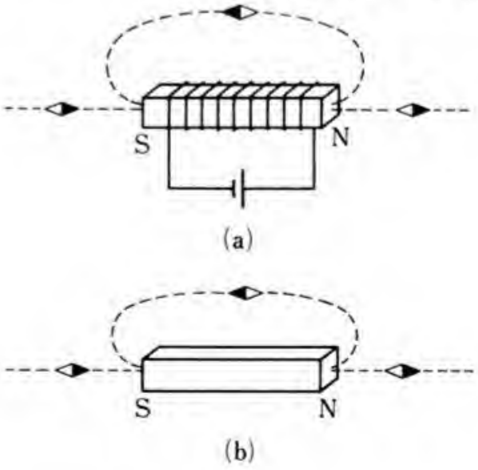


図 22 磁石による磁界



磁界のようすを目で見てわかりやすくするため，磁力線という仮想的な線を考える。図23は，磁力線のようすを示す。**磁力線** (line of magnetic force) には，次の性質がある。

磁力線の性質

① 任意の点における磁力線の接線の方向は，その点の磁界の方向である。

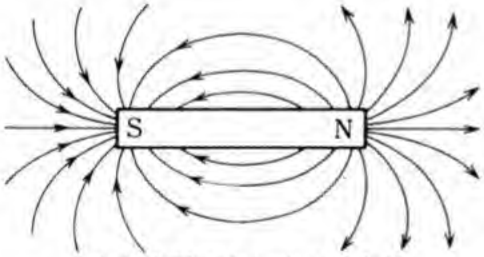
② 任意の点における磁力線の密度は，その点の磁界の大きさを表す。1 [本/m^2] の密度は，1 [A/m] の磁界の大きさを表す。

③ 磁力線は互いに交わらない。

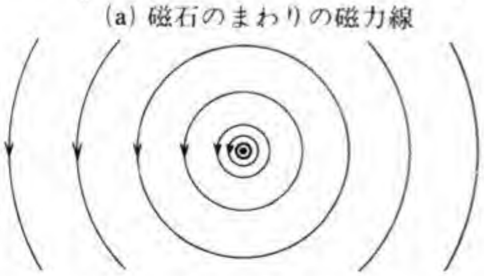
④ 磁力線はゴムひものように，つねに縮もうとし，また互いに反発する。

⑤ 磁力線は閉曲線* で表される。

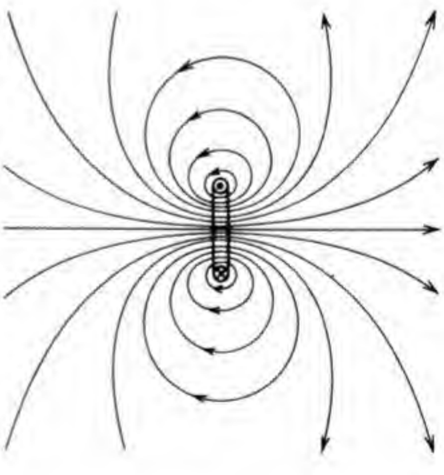
図 23 電流による磁界



(a) 磁石のまわりの磁力線



(b) 電流のまわりの磁力線



(c) コイルのまわりの磁力線

* 閉じた曲線つまり端のない曲線を**閉曲線**という。円や楕円はその例である。

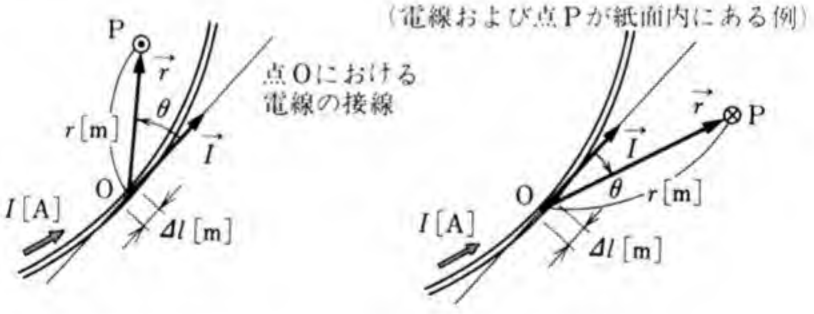
（6） ビオ・サバールの法則

電線に電流が流れると，そのまわりに磁界が生じる。図 24 (a) に示すように，電線に電流 I [A] が流れているとき，電線の微小部分 Δl [m] に流れる電流によって，任意の点 P に生じる磁界の方向と大きさ ΔH [A/m] とを求める。微小部分 Δl [m] に含まれる一点を O とする。点 O における電流の方向，すなわち電線の接線方向を x 軸方向とする。線分 OP を xy 平面上にとり，x 軸方向に対して $\overrightarrow{\mathrm{OP}}$ がなす角を θ とすれば，点 P における磁界は，z 軸方向に生じる。また，磁界の大きさ ΔH [A/m] は，電流 I [A] に比例し，$\sin\theta$ に比例し，OP の長さ r [m] の 2 乗に反比例し，次のように表される。

$$\Delta H = \frac{I\Delta l}{4\pi r^2}\sin\theta \qquad (36)^*$$

図 24　ビオ・サバールの法則

（電線および点 P が紙面内にある例）



(a) $\theta>0$ の場合　　(b) $\theta<0$ の場合

* 点 P の位置を，大きさが r で方向が $\overrightarrow{\mathrm{OP}}$ のベクトルを $\vec{r}$ で表せば，電線の微小部分 Δl に流れる電流 $\vec{I}$ によって点 P に生じる磁界の強さ $\Delta\vec{H}$ は，$\vec{I}$ と $\vec{r}$ のベクトル積を使って，次のように表される。

$$\Delta\vec{H} = \frac{\Delta l}{4\pi r^3}(\vec{I}\times\vec{r})$$

この等式は，(36) の関係に方向も含めたものである。

θ は，$-\pi<\theta\leqq\pi$ の範囲で考える。図(b)に示すように，θ が負になれば，正の場合と比べて磁界の向きが逆になる。

このように，電線の微小部分に流れる電流が作る磁界についての法則を**ビオ・サバールの法則** (Biot-Savart's law)* という。

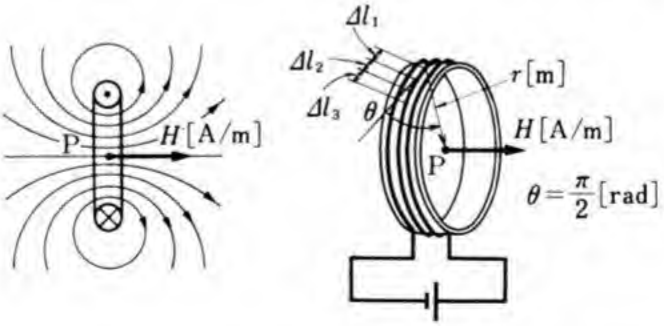
ビオ・サバールの法則は，アンペールの右ねじの法則を量的な関係を含めて拡張したものである。

ビオ・サバールの法則から，磁界の大きさ H の単位として [A/m] が使われる。1 [A/m]=1 [N/Wb] である。磁位 U の単位も [J/Wb] の代わりに [A] が使われる。1 [A]=1 [J/Wb] である。

問 4. 図24(a), (b)に示す点 P の磁界の方向は，アンペールの右ねじの法則から求めても同じであることを確かめよ。

次に，図25のような**円形コイル**に I [A] の電流を流す場合，コイルの中心 P に生じる磁界の大きさ H [A/m] を求めてみよう。

図 25　円形コイルによる磁界



* Jean Baptiste Biot (1774～1862, フランス) と Félix Savart (1791～1841, フランス) によって，1820年に見いだされた。

コイルの中心Pにおける磁界の強さは，コイルの $\Delta l_1, \Delta l_2, \cdots, \Delta l_n$ のすべての微小部分に流れる電流 I[A] によって，生じるものである。

任意の微小部分 Δl_i に流れる電流によって，点Pに生じる磁界の方向は，すべての微小部分について同じである。Δl_i に含まれる一点を O_i とすれば，点 O_i における電流の方向と $\overrightarrow{O_iP}$ とは，直交するから，$\theta=\frac{\pi}{2}$ [rad] であり，$\sin\theta=\sin\frac{\pi}{2}=1$ である。したがって，巻数が1の場合の点Pの磁界の大きさ H[A/m] は，(36) から次のように計算される。

$$
\begin{aligned}
H &= \Delta H_1+\Delta H_2+\Delta H_3+\cdots\cdots+\Delta H_n \\
&= \frac{I}{4\pi r^2}(\Delta l_1+\Delta l_2+\Delta l_3+\cdots\cdots+\Delta l_n) \\
&= \frac{I}{4\pi r^2}\cdot 2\pi r=\frac{I}{2r}
\end{aligned}
$$

コイルの巻数が N であれば，点Pの磁界の大きさ H[A/m] は，次のように表される。

$$
\boldsymbol{H=\frac{NI}{2r}} \qquad (37)
$$

〔例〕 コイルの半径 r が 0.5 [m]，電流 I が 0.1 [A]，コイルの巻数 N が 10 であれば，コイルの中心の磁界の大きさ H は，

$$
H=\frac{10\times0.1}{2\times0.5}=1\ [\text{A/m}]
$$

である。

問 5. ビオ・サバールの法則では，Δl という記号を使っている。Δl はどんな意味をもっているだろうか。

アンペール（André Marie Ampère 1775～1836）　フランスの物理学者。

1820年，エルステッド（デンマーク）は，電流が磁針を動かすことを発見したが，それに続いて，アンペールは，電流と磁界との関係についての重要な原理である“アンペールの法則”を発見し，電磁気学の基礎を確立した。

電流の単位アンペア［A］は，彼の名によっている。

5. 磁 界 の 強 さ

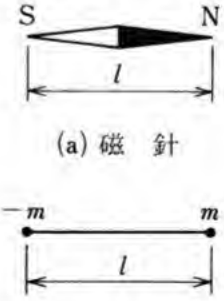
磁界の強さについて理解を深めるため，ここでは磁界の強さの測定について調べ，さらに周回路の法則について考える。

（1） 磁界の強さの測定

磁界の強さのおよその値を知るためには，磁針を使う方法がある。

磁気モーメント　磁気の基本的要素は磁気双極子である。正負だけの磁荷は在存しないから，磁気双極子を使って，磁界が正負の磁荷に働く作用から，磁界の強さを調べる。実際には磁針が磁気双極子の代わりに使われる。

図 26　磁気双極子



(a) 磁　針

(b) 磁気双極子

点磁荷の磁気量が m，$-m$［Wb］,

点磁荷間の距離が l [m] の磁気双極子をモデル的に示す場合には，図 26 (b) のようにかく。磁気双極子には向きがある。S極からN極への向きを磁気双極子の向きという。

この磁気双極子を，図 27 (a)，(b) に示すように，H [A/m] の磁界中におく。磁荷が受ける力の大きさ F [N] は，磁荷の磁気量 m [Wb] と磁界の大きさ H [A/m] の積に比例し，次のように表される。

$$\boldsymbol{F}=\boldsymbol{mH} \tag{38}$$

N 極に働く力の方向は磁界の方向であり，S 極に働く力の方向は磁界と逆向きである。

磁気双極子には偶力が作用し，磁気双極子を回転させようとする。この偶力のモーメント，すなわちトルク T [N·m] は，次のように表される。

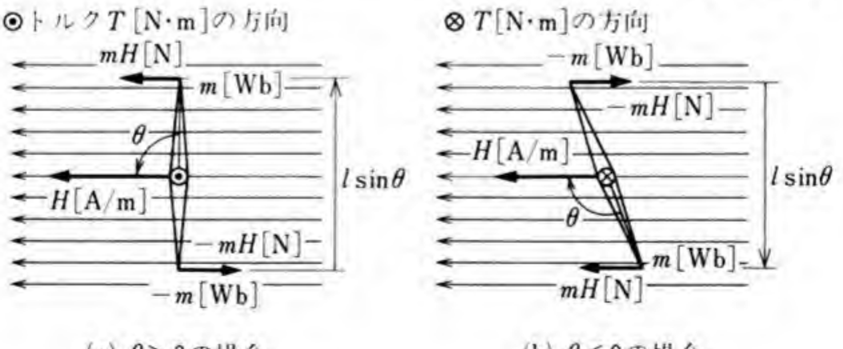
$$T=Fl\sin\theta=mHl\sin\theta \tag{39}$$

ここで，$M=ml$ とおけば，

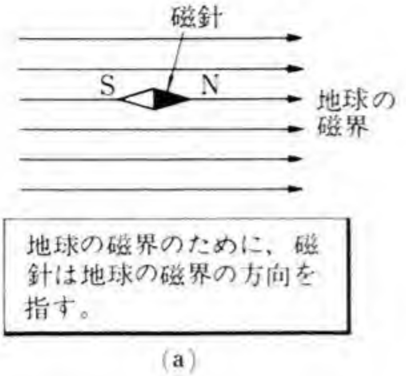
$$T=MH\sin\theta \tag{40}$$

と書くことができる。この M は，磁気双極子の強さを表すもので，**磁気モーメント** (magnetic moment) とよばれる。

図 27 磁気双極子に働くトルク



(a) $\theta>0$の場合　(b) $\theta<0$の場合



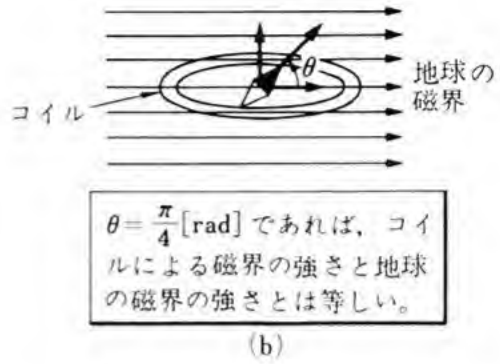


図 28　地球の磁界の測定

(2) 地球の磁界の強さの測定

図 28 (a) に示すように，測定しようとする点に磁針をおくと，磁針は地球の磁界の方向を指す。図 (b) に示すようにコイルをおいて電流を流すと，その磁界のために磁針の方向は θ だけ偏る。θ が $\frac{\pi}{4}$ [rad] であれば，そのときコイルに流れる電流による磁界の強さは，地球の磁界の強さと等しいはずである。したがって，地球の磁界の強さは，(37) から求められる。

問 6．図 28 (b) で，半径 0.5 [m]，巻数 100 のコイルに，240 [mA] の電流を流すと，θ は $\frac{\pi}{4}$ [rad] であった。地球の磁界の強さを求めよ。

(3) アンペールの周回路の法則

電流によって生じる磁界の強さを求めるのに，周回路の法則だけを使うことによって，解けることがある。

N 極だけ，S 極だけという磁荷は存在しえないが，仮想的に正の単位磁荷を考える。この磁荷は，磁界から磁界の方向に力を受ける。この磁荷を磁界と逆向きに動かすためには，外部から仕事をしてやらなければならない。

図29に示すように，正の単位磁荷を任意の閉曲線に沿って一回りさせるのに必要な仕事は，その閉曲線を張る面を貫く電流に比例しており，電流が I[A] であれば，この仕事は I[J] であることがわかっている。これが**アンペールの周回路の法則*** である。

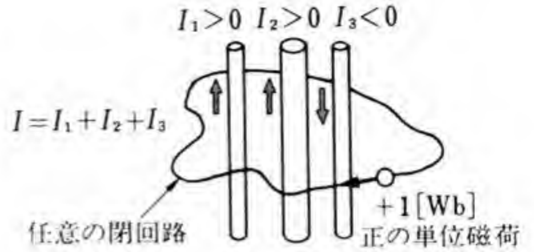


図 29 アンペールの周回路の法則

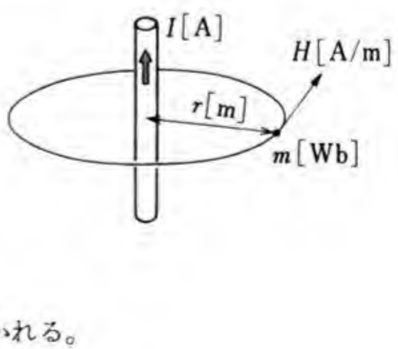
図29において，電流は $I=I_1+I_2+I_3$ である。すなわち，単位磁荷が一回りする向きが，電流によって生じる磁界の向きと逆の場合，その向きの電流を正とする。

(4) 直線電流による磁界の強さ

直線状の導体を流れる電流を**直線電流**という。図30に示すように，直線電流 I[A] が流れる導体から r[m] 離れた点の磁界の大きさ H[A/m] を，周回路の法則から求めてみよう。

閉曲線は任意にとることができるので，導体を中心とする半径 r[m] の円周を閉曲線として選ぶ。閉曲線上のすべての点の磁界の大きさ H[A/m] は一定であるから，正の単位磁荷を，磁界からの力に逆らって一回りさせるために必要な仕事は $2\pi rH$[J] である。

図 30 直線電流による磁界



周回路の法則から，

$$2\pi rH=I$$

が得られ，したがって，求める磁界の大きさ H[A/m] は，次のよ

* この法則は，ビオ・サバールの法則から導かれる。

うに表される。

$$H=\frac{I}{2\pi r} \tag{41}$$

(5) 円筒コイルの内部の磁界の強さ

> コイルの直径に比べて，十分長い円筒コイルがある。このコイルに電流 I[A] を流した。コイルの内部の磁界の大きさ H [A/m] を求めてみよう。

円筒コイルの長さが無限に長ければ，対称性から，その内部の磁界の状態は，どの断面をとっても同じ状態になっていると考えられ，磁界は軸の方向を向いている。円筒コイルの内部に，図 31 に示す長方形 ABCDA を考える。そのとき，AB, CD は，円筒コイルの軸に平行で，それぞれ軸から r_1, r_2 [m] 離れている。

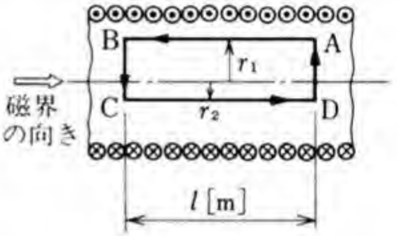


図 31　円筒コイルの内部の磁界

この長方形に沿って，正の単位磁荷を動かし，周回路の法則を適用する。線分 AB 上の磁界の大きさは当然一定と考えられるから H_1 [A/m]，CD 上の磁界の大きさも同様に H_2 [A/m] とする。

長方形に沿って，正の単位磁荷を動かすときの仕事は，AB では $H_1 l$ [J]，CD では $-H_2 l$ [J]，BC, DA では，磁界の方向が経路と垂直であるから，仕事をしない。合計すると $(H_1-H_2)\,l$ [J] である。この長方形を貫く電流は存在しないから，$(H_1-H_2)\,l=0$，すなわち，$H_1=H_2$ である。円筒コイル内の磁界の大きさは，軸からの距離に関係なく一定である。

無限に長い円筒コイル内の磁界のように，すべての点で磁界の強

さが一定な磁界を**平等磁界**（uniform magnetic field）という。

無限に長い円筒コイルの内部の磁力線は，すべて無限遠から無限遠まで直線状をなしており，無限遠でつながって閉曲線となっている。したがって，このコイルの外部には，磁力線は存在しない。すなわち，磁界の大きさは0［A/m］である。

図32の円筒コイルで，巻数が1［m］当たりN_0とし，コイルに電流I［A］が流れているとする。円筒コイルの内部の磁界の大きさH［A/m］を求めるために，長方形ABCDAに沿って，正の単位磁荷を動かし，周回路の法則を適用する。

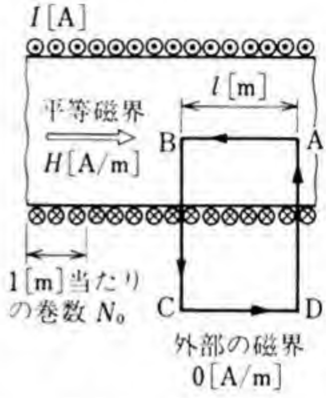


図32　コイルの内部の磁界の強さ

BC, DAでは磁界の方向が経路と垂直であるから，仕事をしない。CDでは，磁界の大きさが0［A/m］であるから，仕事をしない。ABでは，磁界の大きさがH［A/m］であるから，仕事はHl［J］である。また，この長方形を貫く電流はN_0lI［A］であるから，次の関係がなりたつ。

$$Hl = N_0lI$$

したがって，円筒コイルの内部の磁界の大きさH［A/m］は，次のように表される。

$$H = N_0I \qquad (42)$$

直径に比べて十分長い円筒コイルの内部の磁界の強さは，両端に近い部分を除いて，無限に長い円筒コイルとして計算しても差し支えない。

問 7. 図30において，導体に流れる直線電流 I が10 [A] であるとき，導体から1 [m] 離れた点の磁界の大きさを求めよ。

問 8. 図31において，円筒コイルの巻数 N_0 が1 [m] 当たり100，コイルに流れる電流 I が10 [A] である。コイルの内部の磁界の大きさ H [A/m] を求めよ。

問　　題

1. ビオ・サバールの法則とは，どんな法則か。

2. アンペールの周回路の法則とは，どんな法則か。

3. 磁気双極子とは何か。磁気双極子の強さは，どのように表されるか。

4. 次に示す量の単位を示せ。

(1) 磁界の強さ　(2) トルク　(3) 磁気量

5. 半径1 [m]，巻数100の円形コイルがある。コイルに電流5 [A] を流したときに，円形コイルの中心に生じる磁界の強さを求めよ。

2 磁界中の電流に働く力

この節の目標　磁界中に存在する導体に電流が流れると，導体に力が働く。これは，磁界が導体に流れる電流に力を及ぼしているのである。また，電流が流れている二つの導体が近くにあると，互いに力が働く。これは，一方の電流の作る磁界が 他方の電流に力を及ぼしているのである。この節では，これらの力について学ぶ。

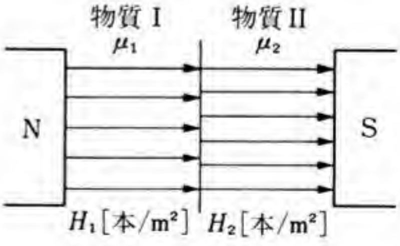
1. 直線電流に働く力

磁界が直線電流に及ぼす力は，磁界の強弱を表す磁束密度の大きさと方向，電流の大きさと方向によって変わる。ここでは，これらの関係について調べる。

（1） 磁界の強さと磁束密度

磁界の状態を表すのに，磁力線とよばれる仮想的な力線を考えた。磁荷 m［Wb］の周囲の磁界の大きさは，$H=\frac{1}{4\pi\mu}\frac{m}{r^2}$［A/m］で表されるから，周囲を満たす物質の透磁率が異なると，磁界の強さは透磁率に反比例して変わり，磁力線の密度もそれに伴って増減する。したがって，μ の値が異なる物質の境界面では，磁力線が不連続になってしまう。これを解消するために，新たに仮想的な線を考える。磁力線の数を μ 倍したものを考えれば，μ の値が異なる物質の境界面での不連続は起こらない。

図 1　磁界中の物質の透磁率と磁力線密度



磁界中のある場所で，面積 $A\,[\mathrm{m^2}]$ を磁力線が N 本貫いており，新たに考えた仮想的な線が $\varPhi$ 本* 貫いているとする。磁界を満たす物質の透磁率 μ に対し，

$$\varPhi=\mu N \qquad (1)$$

の関係があれば，新たな線は不連続を生じない。磁力線の数を μ 倍した新たな線が**磁束** (magnetic flux) である。磁束の単位には [Wb] が使われる。

磁束に垂直な単位面積を貫く磁束を**磁束密度** (magnetic flux density) という。図2に示すように，磁束に垂直な面積 $A\,[\mathrm{m^2}]$ の面を貫く磁束が $\varPhi\,[\mathrm{Wb}]$ であれば，その場所の磁束密度 $B\,[\mathrm{Wb/m^2}]$ は，次のように定義される。

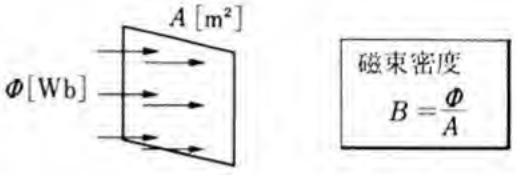


図2 磁束密度

$$\boldsymbol{B}=\frac{\boldsymbol{\varPhi}}{\boldsymbol{A}} \qquad (2)$$

磁束密度の単位は**テスラ** (tesla，単位記号 T) である。$1\,[\mathrm{T}]=1\,[\mathrm{Wb/m^2}]$ で，$[\mathrm{Wb/m^2}]$ もよく使われる。

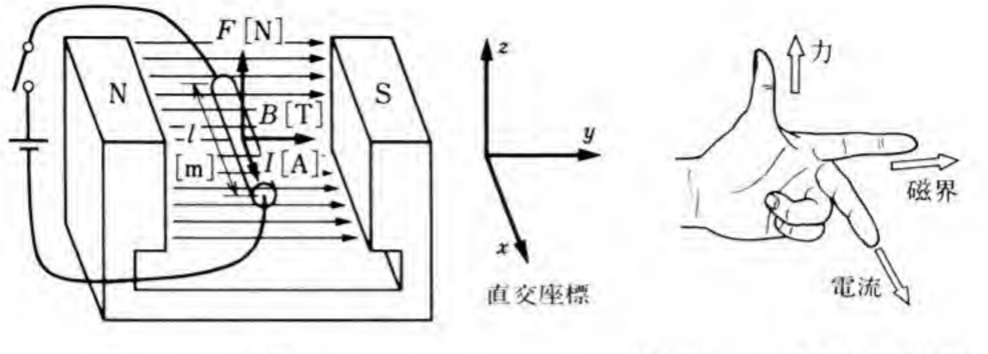
(1) と (2) から，磁界の強さ $H\,[\mathrm{A/m}]$ と磁束密度 $B\,[\mathrm{T}]$ の間には，次の関係がなりたつ。

$$\boldsymbol{B}=\boldsymbol{\mu H} \qquad (3)$$

(2) 直線電流に働く力

磁界と電流の方向が直交している場合　図3 (a) に示すように，y 軸方向に平等磁界があり，x 軸方向に直線状の導体をおいて，それに電流を流すと，電流に働く力の方向は z 軸方向である。磁界

* $\varPhi$ はギリシア文字でファイと読む。



(a)　　(b) フレミングの左手の法則

図 3 磁界中の直線電流に働く力

中の導体の長さを l[m], 導体に流れる直線電流の大きさを I[A], 磁束密度の大きさを B[T] とすれば, 直線電流に働く力 F[N] は, 次のように表される。

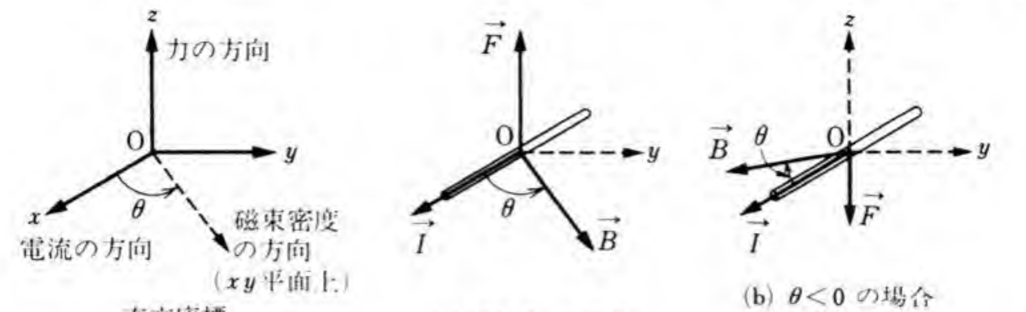
$$\boldsymbol{F=BIl} \tag{4}$$

また, 磁束密度 B[T] の代わりに, 磁界の強さ H[A/m] を使うと, 直線電流に働く力の大きさ F[N] は, 次のように表される。

$$F=\mu Hl l \tag{5}$$

フレミングの左手の法則　図3(b)に示すように,「左手の中指・人差し指・親指をそれぞれ直交するように開き, 中指を直線電流の方向, 人差し指を磁界の方向に向けると, 親指の方向は直線電流に働く力の方向と一致する。」このことは, 実験によって明らかにされたもので, **フレミングの左手の法則** (Fleming's left-hand rule) という。磁界中の電流に働く力の方向は, この法則から簡単にわかる。

磁界と電流の方向が直交していない場合　図4に示すように, 直線電流の方向は x 軸方向, 磁束密度の方向は xy 平面上で, x 軸方向となす角が θ で表される方向とする。磁束密度が B[T], 磁界中の導体の長さが l[m] とすれば, 電流が磁界から受ける力の方



直交座標

(a) $\theta>0$ の場合

(b) $\theta<0$ の場合 力 $\vec{F}$ の向きが逆になる。

図 4 直線電流に働く力

向は z 軸方向で，その大きさ F[N] は，次のように表される。

$$F=BIl\sin\theta \qquad (6)^*$$

θ は，$-\pi<\theta\leqq\pi$ の範囲で考える。θ が負になると $\sin\theta$ が負になり，F が負になる。F が負になるということは，正のときと比べて，力 $\vec{F}$ の向きが逆になることを意味する。

直線電流，磁束密度，電流に働く力は，図3および図4に示したように，それぞれ大きさと方向をもつ量でベクトルである。ベクトルであることを示すときには，それぞれ $\vec{I}$, $\vec{B}$, $\vec{F}$ で表す。

問 1. y 軸方向に磁束密度 1.2 [T] の平等磁界がある。x 軸方向に線状導体をおき，それに 10 [A] の電流を流した。磁界中にある導体の長さが 0.5 [m] のとき，電流に働く力の方向と大きさを求めよ。

問 2. 図5は，磁界中におかれた導体に流れる直線電流に働く力の方向を，磁力線の状態によって説明するための図である。電流の方向を x 軸方向，磁界の方向を y 軸方向とする。図 (a) は平等磁界，図 (b) は直線電流による磁界，図 (c) は図 (a) の平等磁界中に図(b)の直線電流が流

* 直線電流に働く力 $\vec{F}$ は，$\vec{I}$ と $\vec{B}$ のベクトル積を使って，次のように表すことができる。

$$\vec{F}=l(\vec{I}\times\vec{B})$$

この等式は，(4)，(6) の関係に方向も含めたものである。

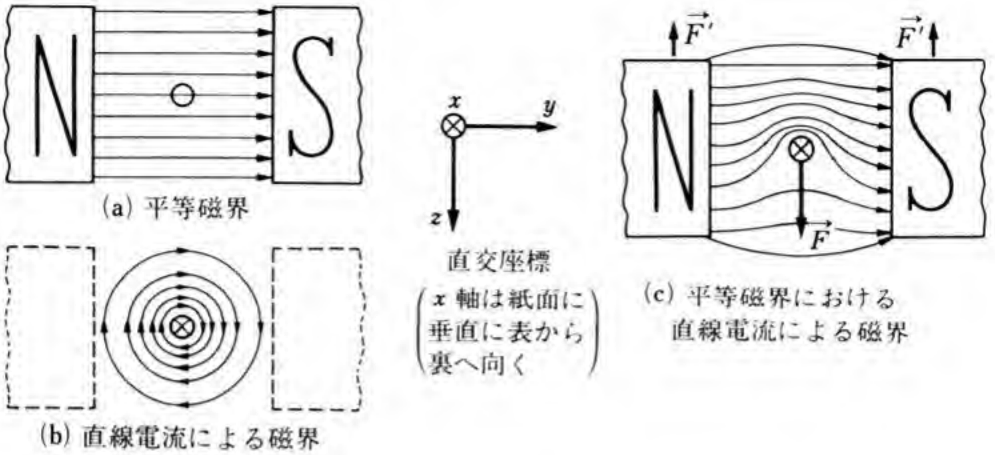


図 5

れているときの磁界を，それぞれ磁力線で表したものである。次の問いに答えよ。

(1)　磁力線に弾性があるとすれば，直線電流に働く力 $\vec{F}$ の方向は，図(c)に示すとおりでよいか。

(2)　フレミングの左手の法則から考えて，力 $\vec{F}$ の方向は正しいか。

(3)　力の一般的な法則である作用反作用の法則は，この場合，どんな形で現れているか。

問 3．　図5において，直線電流の方向が逆になったときの磁界を磁力線で表し，直線電流に働く力の方向を示せ。また，フレミングの左手の法則から考えて，求めた力の方向が正しいかどうか確かめよ。

問 4．　y 軸方向に磁束密度 1 [T] の平等磁界がある。x 軸方向に線状導体があり，直線電流 1 [A] が流れている。導体 1 [cm] 当たりに働く力の大きさと方向を求めよ。

〔例〕 磁束密度 B が 1 [T], 電流 I が 2 [A], 磁界中の導体の長さ l が 3 [m] であり, 磁界の方向が, 電流の方向に対して $\frac{\pi}{6}$ [rad] の角をなすとき, 電流に働く力の大きさ F は,

$$F=1\times2\times3\times\sin\frac{\pi}{6}=1\times2\times3\times\frac{1}{2}=3\ [\mathrm{N}]$$

である。

問 5. 電流の方向に対して磁界の方向がなす角 θ が $\frac{\pi}{2}$[rad] のとき, $l\sin\theta$ はいくらか。

問 6. θ が $-\frac{\pi}{6}$[rad] のとき $l\sin\theta$ はいくらか。また, θ が 0 [rad] のとき $l\sin\theta$ はいくらか。

問 7. sin 30°, sin 45°, sin 60° の値はいくらか。また, 磁束密度 B が 1 [T], 電流 I が 10 [A], 磁界中の導体の長さ l が 0.2 [m] であるとして, 電流の方向に対して磁界の方向がなす角 θ が 0°, 30°, 45°, 60°, 90°のそれぞれの場合に, 電流に働く力 F を求めよ。

問 8. sin 120°, sin 135°, sin 150° の値はいくらか。$B=1$ [T], $I=10$ [A], $l=0.2$ [m] で, 電流の方向に対して磁界の方向がなす角 θ が 120°, 135°, 150° の場合に, 電流に働く力 F を求めよ。

2. 方形コイルに働くトルク

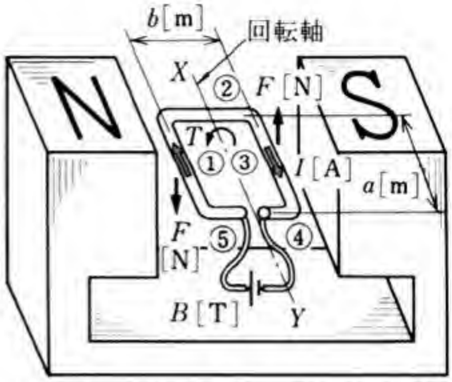
長方形に巻かれたコイルを方形コイルという。方形コイルを磁界中におき, 電流を流すと, 方形コイルにはトルクが生じる。ここでは, そのトルクの大きさについて調べる。

(1) 方形コイルに働くトルク

図6は, 磁界中におかれた方形コイルで, 矢印の向きに電流 I [A] が流れている。①, ③ の部分に働く力 $\vec{F}$ の大きさ F は, BIl [N] で, その向きは, 矢印で示すように互いに逆向きである。ま

た，②，④，⑤ の部分には力が働かないので，コイルには，XY を軸とするトルクが働く。

図6において，磁界の磁束密度を B[T]，コイルの寸法を図のように a[m]，b[m] とし，流れる電流を I[A] とすると，コイルに働くトルク T[N·m] は，次のように表される。



トルク　$T=BIA$　[N·m]
($A=ab$)

図 6　方形コイルに働くトルク

$$T=\frac{b}{2}F+\frac{b}{2}F=bF=abBI \qquad (7)$$

ab は コイルの面積 であるから，これを A[m^2] で表すと，トルク T[N·m] は，次のように表される。

$$T=BIA \qquad (8)$$

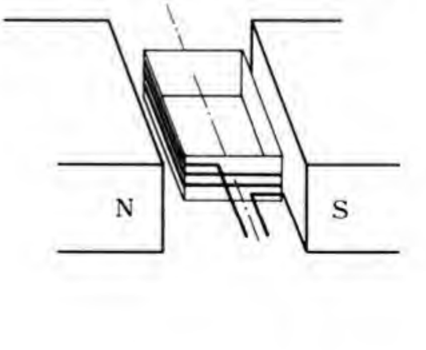
〔例〕 磁束密度 B が 0.4 [T]，電流 I が 1 [A]，コイルの面積 A が 0.02 [m^2] であれば，コイルに働くトルク T は，

$$T=0.4\times1\times0.02=0.008 \text{ [N·m]}$$

である。

図7に示すように，コイルの巻数を多くすると，大きなトルクが得られる。コイルの巻数を N としたときのトルク T[N·m] は，次のように表される。

図 7　方 形 コ イ ル



$$\boldsymbol{T=BIAN} \qquad (9)$$

〔例〕 磁束密度 B が 0.2 [T]，電流 I が 1 [mA]，コイルの面積 A が 0.02 [m^2]，巻数 N が 1000 であれば，コイルに働くトルク T は，$T=0.2\times1\times10^{-3}\times0.02\times1000=0.004$ [N·m] である。

問 9. 巻数 N が 500，面積 A が 0.001 [m^2] のコイルがある。このコイルを磁束密度 B が 0.4 [T] の磁界に，図 6 に示す位置におき，コイルに電流 10 [mA] を流した。コイルに働くトルク T はいくらか。また，このとき，電流 I を $\frac{1}{2}$ 倍，すなわち 5 [mA] に減少させたら，トルク T は何倍になるか。

問 10. 図 8 を参考にして，磁力線のようすから，コイルにトルクが働くことを説明せよ。

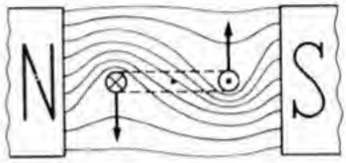


図 8

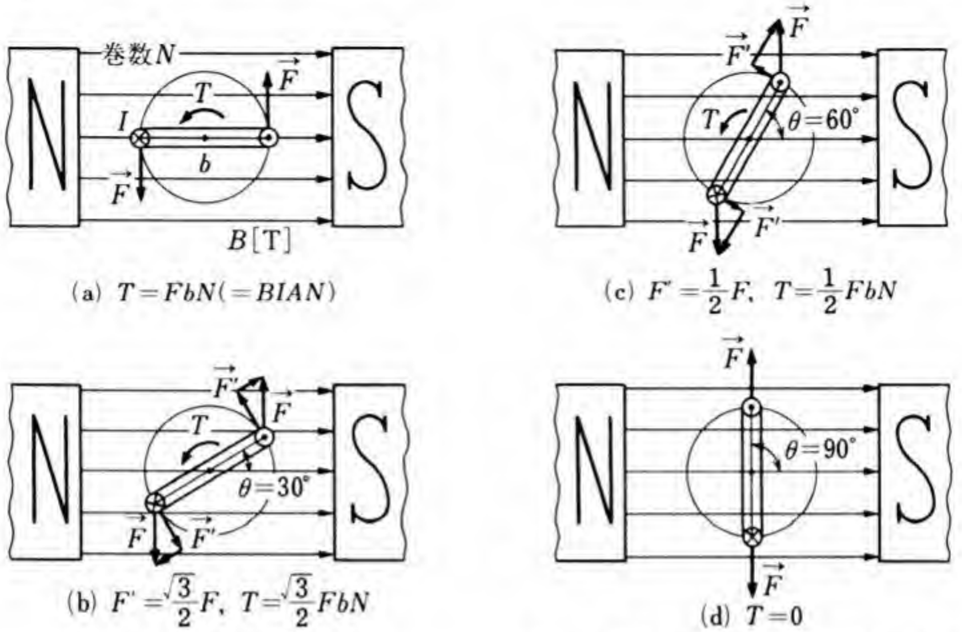
(2) コイルの回転に伴うトルクの変化

図 9 (a)～(d) のように，平等磁界の中にコイルをおき，電流を流すと，コイルにトルクが働く。トルクの大きさは，磁界中のコイルの位置によって変わる。

図 (a) では，コイルに $BIAN$ [N·m] のトルクが生じる。しかし，図 (b) のように，コイルを $\theta=30°$ だけ回転したところでは，コイルを回転させようとして有効に働く力は，$F'=F\cos30°=\frac{\sqrt{3}}{2}F$ になるので，トルクは小さくなる。さらに，図 (c) のように，$\theta=60°$ では，$F'=F\cos60°=\frac{1}{2}F$ となり，図 (d) のように，$\theta=90°$ では，有効に働く力は 0 [N] となる。

このことから，コイルの面に対して磁界の方向のなす角が θ のとき，コイルに働くトルク T [N·m] は，次のように表される。

$$T=BIAN\cos\theta \qquad (10)$$



(a) $T=FbN(=BIAN)$

(c) $F'=\frac{1}{2}F$, $T=\frac{1}{2}FbN$

(b) $F'=\frac{\sqrt{3}}{2}F$, $T=\frac{\sqrt{3}}{2}FbN$

(d) $T=0$

図 9 コイルの回転に伴うトルクの変化

図9(d)の状態でこのコイルがさらに回転すると，図10に示す状態になり，磁界の向きと，電流の向きとの関係から，トルクTの方向が図9のときと逆になる。

直流電動機では，図11に示すように，コイルの両端は，絶縁された二つの導体 S_1, S_2 に接続され，S_1, S_2 はコイルとともに回転するようになっている。S_1, S_2 は，電源とつながっている固定したブラ

図 10 トルクの方向が逆になる場合

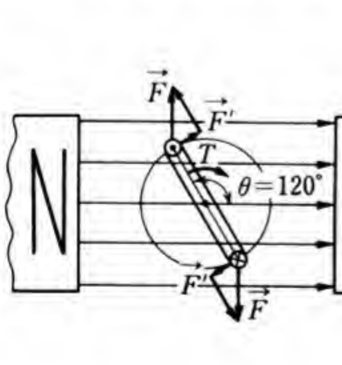
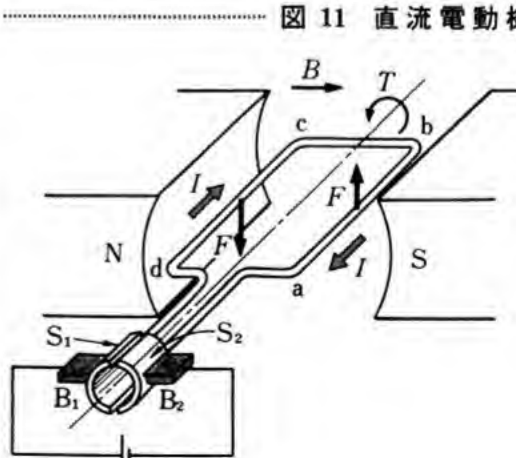


図 11 直流電動機



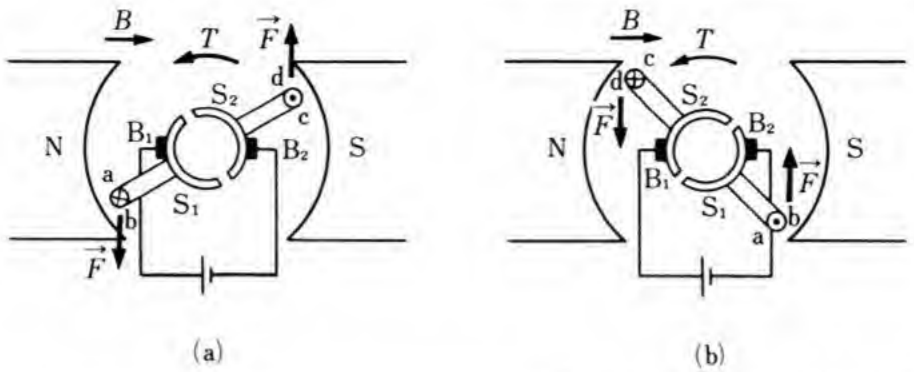


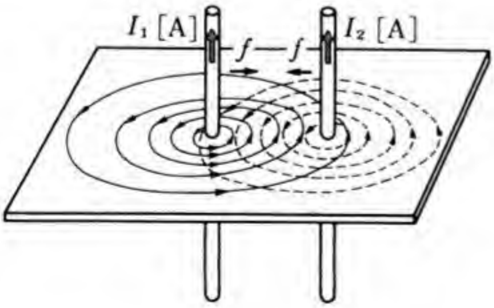
図 12　直流電動機のトルクの方向

シ B_1, B_2 と接触している。電流は B_1 からコイルに流入し，B_2 から流出する。図 11 でコイルは矢印の向きに回転し始める。図 12 (a) は，コイルが少し回転した場合のトルクを示す。図 (b) は，さらに回転し，導体 ab, cd が切る磁束の方向が，図 (a) と逆になった場合である。しかし，ブラシ B_1, B_2 と S_1, S_2 との接触が逆になり，コイルに流れる電流の向きも逆になるので，図 (a) の場合と同じ向きにトルクが生じることがわかる。

3. 平行な線状導体間に働く力

図 13 のように，二つの平行な線状導体に同じ向きの電流を流すと，二つの導体の外側では，破線と実線の磁力線が加わるようにな

図 13　平行に流れる電流による磁界



$$f=\frac{2I_1I_2}{r}\times10^{-7}\quad[\mathrm{N/m}]$$

り，内側では，打ち消すようになる。そのため，外側の磁力線の密度は大きく，内側の磁力線の密度は小さくなり，二つの導体の間には吸引力が働くと考えられる。

図14のように，二つの導体が r [m] へだてて平行におかれている場合，例えば，図(a)について考えると，導体①に電流 I_1 [A] が流れていれば，それによって生じる導体②の点における磁界の大きさは $\dfrac{I_1}{2\pi r}$ [A/m]，磁束密度の大きさは $\dfrac{\mu_0 I_1}{2\pi r}$ [T] で，磁束密度の方向は磁界の方向と同じである。さらに，導体②に I_2 [A] の電流が流れているのであるから，②の電流に働く力の大きさは，導体1 [m] 当たりに f [N/m] とすると，次のように表される。

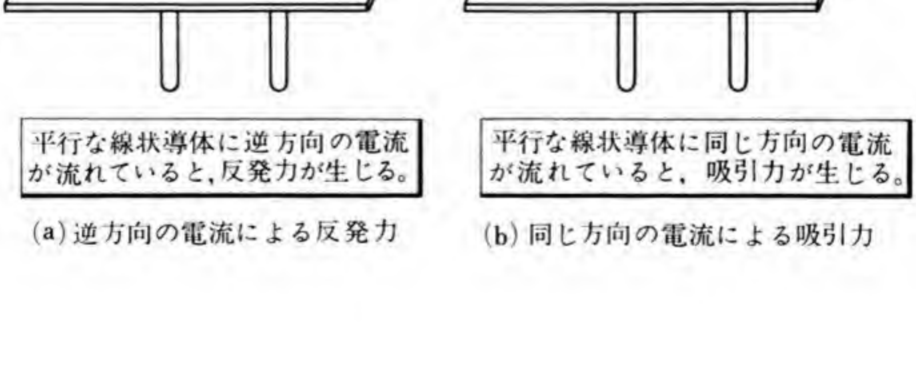
$$f = BI_2 = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi r} = \frac{4\pi \times 10^{-7} I_1 I_2}{2\pi r}$$

ゆえに，

$$\boldsymbol{f = \frac{2 I_1 I_2}{r} \times 10^{-7}} \tag{11}$$

図(b)は，電流が同じ方向に流れる場合で，②の電流の方向が，図(a)の場合と反対になるので，②の電流に働く力の方向は反対になり，吸引力となる。

図14 平行な線状導体間に働く力



(a) 逆方向の電流による反発力　(b) 同じ方向の電流による吸引力

〔例〕 電流 I_1 が 100 [A], I_2 が 200 [A], 距離 r が 1 [m] であれば, 導体に働く力 f は, $f=\dfrac{2\times100\times200}{1}\times10^{-7}=4\times10^{-3}$ [N/m] である。すなわち, 導体 1 [m] 当たりに, 0.004 [N] の力が働く。

なお, これまで 1 [A] を電流の単位として使ってきたが, 電流の単位は, (11) から, 次のように定義されている。

「無限に長い 2 本の線状導体を真空中で 1 [m] 離しておき, 電流を流した場合, その長さ 1 [m] ごとに 2×10^{-7} [N] の力が生じる電流を 1 [A] という。」

問 11. 図 14 (a) の導体 ①, ② に流れる電流はどちらも 0.1 [A] であり, ①, ② の間隔は 4 [mm] であるとする。導体 1 [m] 当たりに働く力の大きさを求めよ。また, 導体 1 [cm] 当たりに働く力の大きさはいくらか。

問 12. 図 15 の電線に10 [A] の電流が流れており, 電線の間隔が 50 [mm] であるとする。電線に働く力の大きさを求め, さらに, その方向を図示せよ。

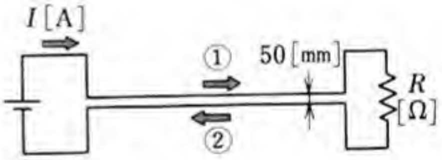


図 15

問　　題

1. 124ページの図3(a)について，次の問いに答えよ。
   (1) 電流に働く力の向きを逆にするにはどうしたらよいか。
   (2) その力の大きさを2倍にするにはどうしたらよいか。
2. 磁束密度0.2 [T] の平等磁界に垂直に，長さ20 [cm] の導体をおき，20 [A] の電流を流すとき，導体に働く力を求めよ。
3. 図9(b)において，磁束密度 B が1.2 [T]，コイルに流れる電流 I が0.1 [A]，コイルの面積 A が2 [cm^2]，コイルの巻数 N が10，コイルの面に対して磁界の方向がなす角 θ が30° である。このコイルに働くトルク T [N·m] はいくらか。
4. 2本の導線が，間隔5 [mm] で，平行におかれている。それぞれに電流0.5 [A] を同じ方向に流した。導体1 [km] 当たりに働く力を求めよ。

3　磁性体と磁気回路

この節の目標　鉄心のように，磁束が生じやすい磁性体によって作られる磁気回路は，電気機械器具類を構成する主要な要素である。ここでは，輪形鉄心による磁気回路や，磁性材料について学ぶ。

1.　輪形鉄心の磁気回路

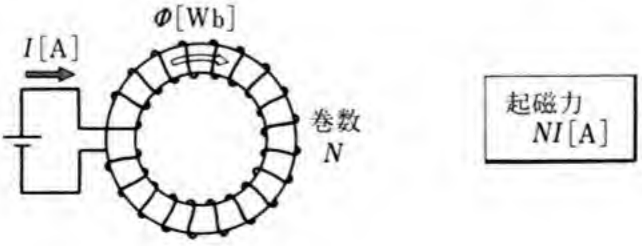
輪形の鉄心に被覆電線を巻いて作った磁気回路における磁束，磁束密度，磁界の強さ，鉄心の磁気的な性質を示す比透磁率などについて調べる。

（1）　起磁力と磁気抵抗

図1に示すように，輪形鉄心のまわりに被覆電線を巻きつける。この電線に電流を流すと，鉄心中に磁束を生じ，それ以外の空間には，ほとんど磁束を生じない。磁束 Φ[Wb] は，コイルの巻数 N と，流れる電流 I[A] との積に比例する。

電流が流れると，そのまわりに磁束を生じる。磁束を生じる原動力を**起磁力** (magnetomotive force) という。起磁力はコイルに流れる

図1　起　磁　力



電流そのものである。コイルに流れる電流と巻数との積 NI [A] で起磁力を表す。起磁力の量記号として F_m も使われる。単位は電流と同じ [A] である。

磁束が生じる道すじを**磁路** (magnetic path) または**磁気回路** (magnetic circuit) という。

起磁力 NI [A] と磁束 Φ [Wb] との比を磁気回路の**磁気抵抗** (reluctance) という。磁気抵抗 R_m は，次のように表される。

$$R_m = \frac{NI}{\Phi} \qquad (1)$$

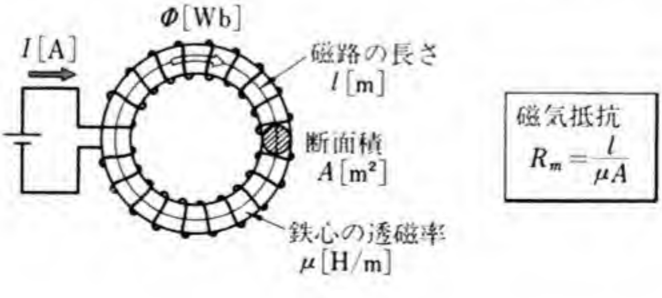
磁気抵抗の単位は [A/Wb] となるが，一般に**毎ヘンリー** (単位記号 H^{-1}) が使われる。$1\,[H^{-1}] = 1\,[A/Wb]$ である。

磁気抵抗は，磁束が生じるのを妨げる性質の程度を表している。磁気抵抗 R_m [H^{-1}] は，磁路の長さ l [m] に比例し，鉄心の断面積 A [m^2] に反比例し，次のように表される。

$$R_m = \frac{l}{\mu A} \qquad (2)$$

(1) と (2) から，起磁力が一定であれば，磁束は，鉄心の断面積が大きいほど生じやすく，磁路の長さが長いほど生じにくいことがわかる。

図 2 磁 気 抵 抗



μ は**透磁率**（permeability）で，その値は磁路を作っている物質によって異なる。μ の単位には [H/m] が使われる。

（2）からわかるように，μ [H/m] が大きいほど磁気回路の磁気抵抗は小さく，磁束が生じやすい。磁気回路の透磁率は，電気回路の導電率に相当する。

問 1. 巻数 1000 のコイルに，電流 0.5 [A] を流すときの起磁力はいくらか。また，巻数 20 のコイルで，これと同じ起磁力を生じさせるには，何アンペアの電流を流せばよいか。

問 2. 磁気回路の起磁力・磁気抵抗・磁束および透磁率は，電気回路に関係がある量と対比すると，何に似ているか。

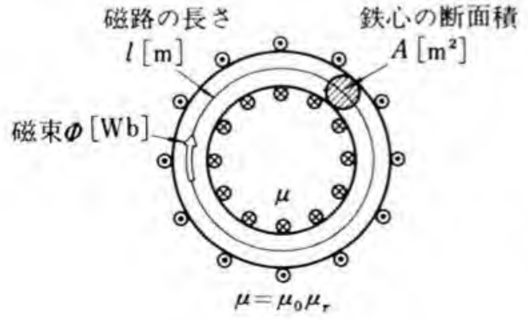
問 3. 磁路の長さ l が 1 [m]，鉄心の断面積 A が 25 [cm²]，磁気抵抗 R_m が 2×10^6 [H⁻¹] の磁気回路がある。鉄心の透磁率 μ はいくらか。

（2） 透磁率と比透磁率

図 3 に示すように，透磁率 μ [H/m]，断面積 A [m²]，磁路の長さ l [m] の鉄心に巻いた巻数 N のコイルがある。このコイルに，I [A] の電流を流したときに生じる磁束 Φ [Wb] は，次のように表される。

$$\Phi=\frac{NI}{R_m}=\frac{NI}{\dfrac{l}{\mu A}}=\frac{\mu ANI}{l} \qquad (3)$$

図 3 磁　束



$$磁束\ \Phi=\frac{\mu ANI}{l}\quad [\mathrm{Wb}]$$

〔例〕 鉄心の透磁率 μ が 12.56×10^{-5} [H/m]，鉄心の断面積 A が 25 [cm²]，磁路の長さ l が 1 [m]，コイルの巻数 N が 100，電流 I が 10 [A] である。このとき，生じる磁束 Φ は，

$$\Phi=\frac{12.56\times10^{-5}\times25\times10^{-4}\times100\times10}{1}=3.14\times10^{-4}\ [\mathrm{Wb}]$$ である。

次に，図3に示すように，鉄心を取り去った場合の磁束 Φ_0 [Wb] を調べると，Φ_0 は次のように表される。ここで μ_0 [H/m] は，空気の透磁率である。

$$\Phi_0=\frac{\mu_0 ANI}{l} \qquad (4)$$

実験の結果および理論的な研究の結果，**真空の透磁率** μ_0 は $4\pi\times10^{-7}$ [H/m] であり，また**空気の透磁率**も，真空の透磁率 μ_0 とほとんど等しいことがわかっている。これからは，空気の透磁率にも μ_0 を使う。

(3) と (4) を比較すると，磁路の物質が変わり，μ が μ_0 となったために，Φ が Φ_0 になったわけで，Φ と Φ_0 との比，すなわち

ウェーバ (Wilhelm Eduard Weber 1804~1891)　ドイツの物理学者。

電磁気理論の開拓者で，1846年に二つの電流間に働く相互作用を力学的に説明した。また，コールラウシュ(ドイツ)とともに，光の速さと，電気や磁気の単位との関係を明らかにした。

磁束の単位ウェーバ [Wb] は，彼の名によっている。

μ と μ_0 の比は，磁束を生じる程度という点からみた物質の性質の違いを，真空の場合と比較して表したものである。これを真空に対する鉄心の**比透磁率**という。比透磁率は μ_r で表し，その単位は無名数である。

一般の物質の透磁率を μ，比透磁率を μ_r，真空の透磁率を μ_0 とすると，μ は次のように表される。

$$\mu = \mu_0 \mu_r \tag{5}$$

表 1　いろいろな物質の比透磁率

物　質	μ_r	物　質	μ_r
銀	0.999 973 6	酸　素	1.000 179
銅	0.999 990 6	アルミニウム	1.000 214
水	0.999 991 2	けい素鋼	10^3
空　気	1.000 000 365	パーマロイ	10^4

（電気学会大学講座「電気磁気学」などによる）

なお表1で，アルミニウムなどのように，$\mu_r > 1$ の物質を**常磁性体** (paramagnetic material)，けい素鋼などのように，$\mu_r \gg 1$* の物質を**強磁性体** (ferromagnetic material) という。これに対して，銅などのように，$\mu_r < 1$ の物質を**反磁性体** (diamagnetic material) という。

問 4. 図3において，磁束が 3.14×10^{-4} [Wb] であり，鉄心を取り去ると，磁束が 3.14×10^{-6} [Wb] に変わった。鉄心の比透磁率はいくらか。

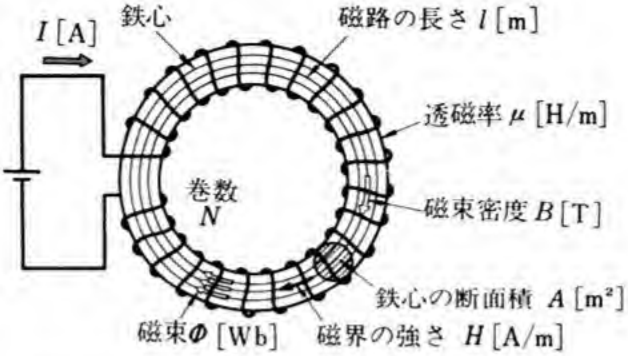
問 5. 表1を参考にして，けい素鋼の透磁率を求めよ。

（3）　磁束密度と磁界の強さ

図4に示す磁気回路においては，すでに学んだように，Φ [Wb] は次のように表される。

---

* $\mu_r \gg 1$ は，μ_r は1より非常に大きいという意味である。



$$B=\frac{\Phi}{A}=\frac{\mu NI}{l}\ [\mathrm{T}],\ H=\frac{NI}{l}\ [\mathrm{A/m}]$$

図 4　磁束密度と磁界の強さ

$$\boldsymbol{\Phi}=\frac{\boldsymbol{\mu ANI}}{\boldsymbol{l}} \qquad (6)$$

鉄心中の磁束密度を B [Wb/m²] とすれば，B は次のように表される。

$$\boldsymbol{B}=\frac{\boldsymbol{\Phi}}{\boldsymbol{A}}=\frac{\boldsymbol{\mu NI}}{\boldsymbol{l}} \qquad (7)$$

鉄心中の磁界の強さ H [A/m] は，前節で学んだことからわかるように，次のように表される。

$$\boldsymbol{H}=\frac{\boldsymbol{NI}}{\boldsymbol{l}} \qquad (8)$$

すなわち，H は磁路の単位長さ当たりの起磁力で表される。

〔**例**〕 鉄心の断面積 A が 25 [cm²]，磁束 Φ が 12.56×10⁻⁵ [Wb] ならば，磁束密度 B は，$B=\dfrac{12.56\times10^{-5}}{25\times10^{-4}}=5.02\times10^{-2}$ [T] である。

問 6. 図4において，磁路の長さが 1 [m]，比透磁率 μ_r が 100，コイルの巻数が 1000，電流が 10 [A] であるという。磁束密度 B はいくらか。

〔例〕 巻数8000のコイルがあって，磁路の長さが0.2 [m]，電流が10 [mA] であれば，起磁力 NI は $8000\times10\times10^{-3}=80$ [A] であり，磁路1 [m] 当たりの起磁力は，$\dfrac{80\ [\mathrm{A}]}{0.2\ [\mathrm{m}]}=400$ [A/m] である。この400 [A/m] が，この場合の磁界の強さである。

問 7. 図4において，磁路の長さ l が0.8 [m]，コイルの巻数 N が10000，電流 I が2 [A] であるという。磁界の強さ H はいくらか。

問 8. 図4において，コイルの巻数 N が8500，電流 I が4 [mA]，磁路の長さ l が0.8 [m]，比透磁率 μ_r が500，磁路の断面積 A が 1.2×10^{-4} [m^2] である。磁束密度 B と磁界の強さ H は，それぞれいくらになるか。

問 9. (7)，(8) から，$B=\mu H$ の関係がなりたつことを証明せよ。

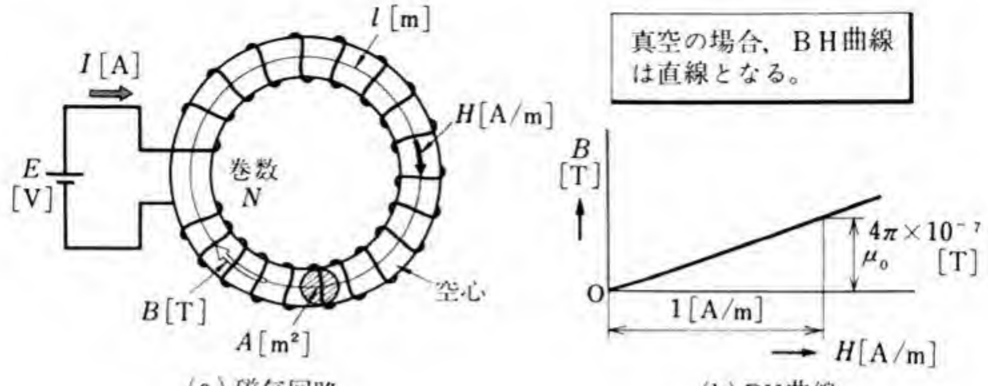
2. 鉄の磁化曲線とエアギャップのある磁気回路

これまで，空心コイルよりも鉄心入りコイルの方が，磁束がより多く生じることを学んだ。ここでは，いろいろな鉄心を入れたとき，磁束密度と磁界の強さとの関係が，どのような特性をもっているかを調べ，二，三の磁気回路の例について計算をしながら，これらについての理解を深める。

(1) 鉄の磁化曲線

図5(a)のような巻数 N のコイルに電流 I [A] を流すと，磁路の長さ l [m] の磁気回路には，$H=\dfrac{NI}{l}$ [A/m] の強さの磁界が生じ，$B=\dfrac{\Phi}{A}=\mu H$ [T] の磁束密度の磁束が生じる。

磁気回路が空心であれば，$\mu=\mu_0=\dfrac{B}{H}=4\pi\times10^{-7}$ [H/m] であるから，電流 I が増加して磁界の強さ H が強くなれば，それに比例



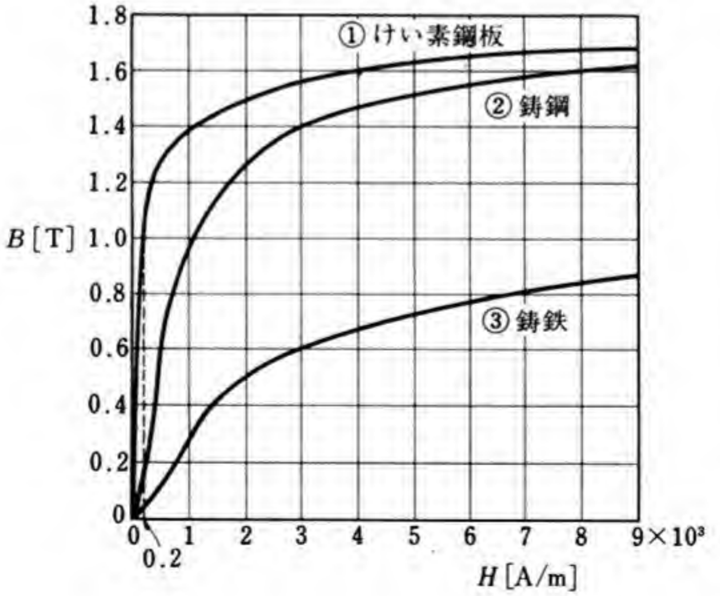
（a）磁気回路　（b）BH曲線

図 5　空心コイルの BH 曲線

して磁束密度 B も大きくなる。この関係を，縦軸に B，横軸に H をとってグラフにかいたものが 図(b) である。このような曲線を **BH曲線**または**磁化曲線**という。

図5(a) において，磁気回路が鉄心である場合，BH 曲線は図6のようになる。鉄心では，H を強くすると B は増加するが，B には

図 6　BH 曲線（初期特性）**の例**



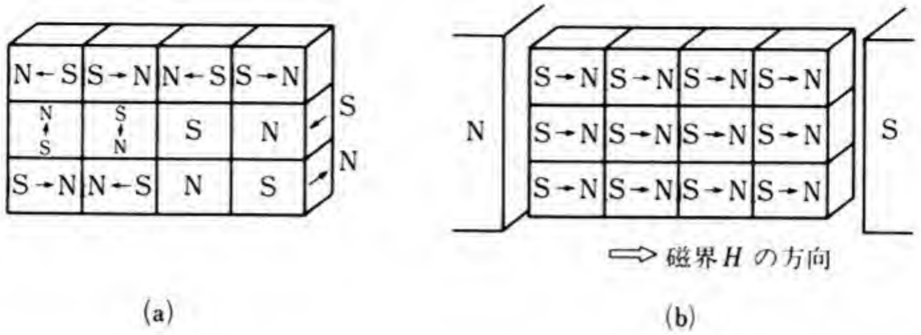


図7 分子磁石

一定の限度がある。H に対する B の増加がしだいにゆるくなり，H を増しても B が一定値を超えなくなる。このとき，B は飽和に達したという。この性質を鉄心の**飽和特性**という。

鉄心が飽和特性をもつ理由は，次のように考えることができる。鉄心は，図7(a)に示すように，ごく小さな部分ごとに，分子磁石とよばれる磁石で構成されている。初めは，分子磁石の磁極の方向はばらばらであるが，磁界 H を加えると，その強さに応じて磁極の方向がそろい，H がある強さに達すると，磁極の方向が全部そろってしまうからである。

図6は，電気機器類の鉄心としてよく使われているけい素鋼板・鋳鋼・鋳鉄の BH 曲線を示したものであり，材質によって，その特性が違うことがわかる。

また，B と H のこのような関係から，μ は，一定の値ではなく，磁界の強さ，または生じている磁束密度の大きさによって変わる。

図8は，鋳鋼の BH 曲線と，透磁率曲線とを併せて示したものである。**透磁率曲線**は，磁界の強さ H[A/m] によって，透磁率 μ [H/m] がどのように変わるかを示す曲線である。この図から，透磁率 μ の値は，磁界の強さ H によって変わるが，H が大きくなり，

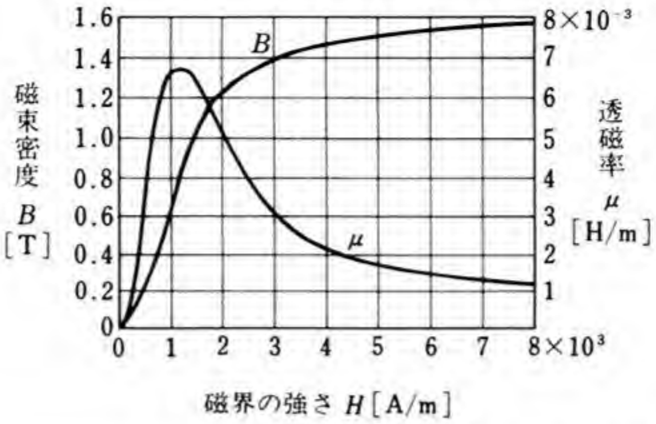


図 8 鋳鋼の BH 曲線（初期特性）**と透磁率曲線**

鉄心の B が飽和するに従って，一定の値に近づくことを示している。

なお，けい素鋼板には多くの種類があり，それによって BH 曲線もかなり違う。磁気回路の設計・計算は，このような特性を考慮して行う必要がある。

問 10. 図6の ① けい素鋼板において，磁界の強さ H が 200 [A/m] のとき，磁束密度 B は 1 [T] である。このときの透磁率 μ [H/m] および比透磁率 μ_r を求めよ。

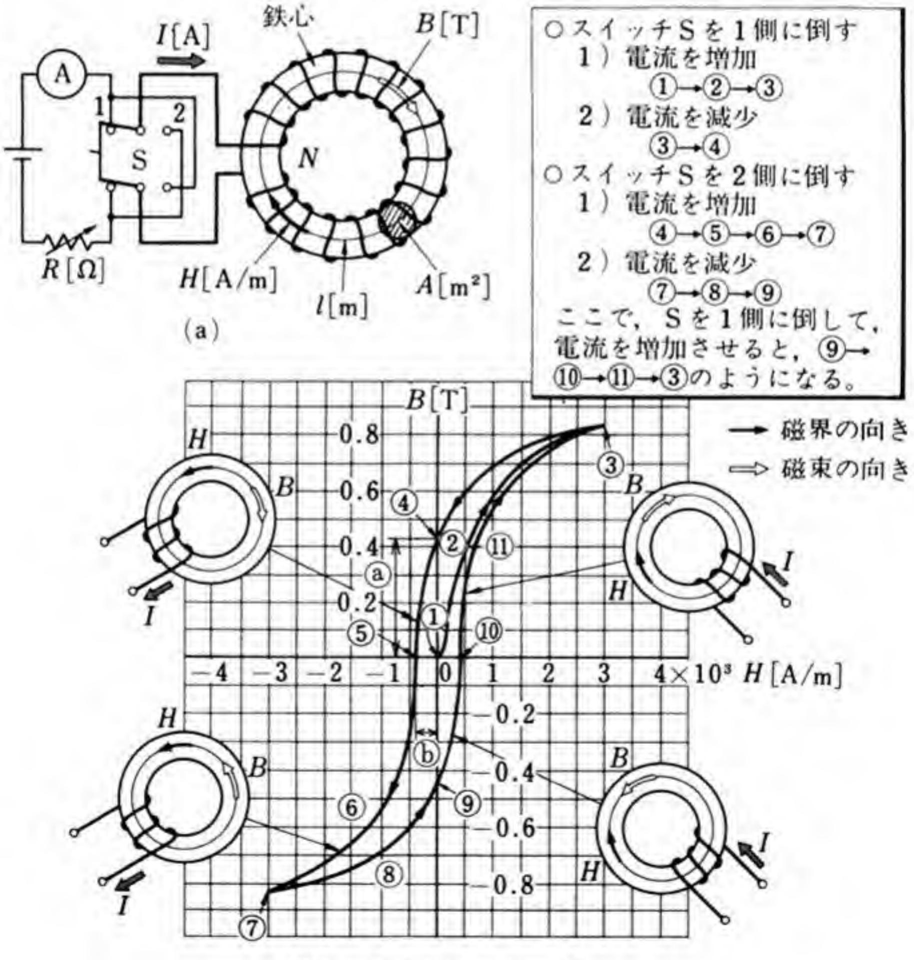
図 9 (a) は，鉄心の磁気回路において，磁界を正負にわたって変化させ，$\vec{H}$ と $\vec{B}$ の大きさと向きの関係を測定したものである。この回路において，スイッチ S を 1 側に倒し，可変抵抗 R [Ω] を調節することによって，電流を 0 [A] からある値まで変化させると，コイル内に時計回りの向きに磁界と磁束が生じ，磁界の強さ H [A/m] と磁束密度 B [T] は，しだいに大きくなり，その値は図 (b) の BH 曲線 ①→②→③ に従って変化する。

次に，電流を小さくしていくと，H と B は ③→④ に従って変化

する。ここで，スイッチSを2側に倒し，電流の向きを変えて，電流を大きくしていくと，時計回りの磁束のBはようやく0[T]となる。④→⑤の範囲では，磁界と磁束の向きは，逆になっている。

さらに電流を大きくしていくと，磁束と磁界の向きは，ともに反時計回りの向きとなり，⑦に達する。ここで，電流を小さくしていくと，HとBは⑦→⑧→⑨に従って変化する。スイッチSによって電流の向きを変えて，電流を大きくしていくと，⑨→⑩→⑪→③に従って変化する。

図9　鉄心入りコイルのBH曲線の実験例



(b) ヒステリシスループ

これ以後，同様な操作を繰り返すと，③→④→⑤→⑥→⑦→⑧→⑨→⑩→⑪→③ のループを繰り返すことになる。

BH 曲線 ①→②→③，③→④，⑨→⑩→⑪→③ の部分が示す B と H の関係を見ると，同じ H に対する B の値が異なっている。このように，H を変化させる経路によって，同じ H に対する B の値が異なる現象を**ヒステリシス** (hysteresis) という。ヒステリシスは，空心の場合には生じないが，鉄などの強磁性体には生じる。

図 9 (b) に示す BH 曲線の ①→②→③ の部分を BH 曲線の**初期特性**といい，③→④→⑤→⑥→⑦→⑧→⑨→⑩→⑪→③ のループをなす部分を**ヒステリシスループ** (hysteresis loop) という。

次に，コイルに電流を流すと，磁束密度 B [T] の磁束が生じるが，電流を 0 [A] にしても，ある程度の磁束が残るため，磁束密度は 0 [T] にはならない。その値は，図 9 (b) の BH 曲線でいえば，④ の磁束密度であって，この B の大きさ ⓐ を**残留磁気**という。残留磁気の大きな材料を使えば，強い永久磁石が得られる。

磁極の強さの弱められにくさは，磁力を保とうとする性質がどの程度あるかによるが，これは，図 9 (b) の ⑤ の磁界の強さ H [A/m] が大きいほど，この性質が強く，磁極の強さは弱められにくい。このことから，⑤ の H の大きさ ⓑ を**保磁力**という。

問 11. 図 9 (b) において，磁界と磁束の向きが違っているのは，どの部分か。保磁力と残留磁気の大きさは，それぞれいくらか。

ヒステリシス損　図 9 の鉄心入りコイルに，大きさと向きが周期的に変わる電流を流すと，磁界の強さも向きもそれに伴って変化する。そして，鉄心中で熱が発生する。熱が発生するのは，鉄心中の残留磁気を打ち消したり，保磁力を打ち消すために電気エネル

ギーが消費され，このエネルギーが熱に変わるためである。この消費される電気エネルギーを**ヒステリシス損**という。ヒステリシスループを一回りするときのヒステリシス損は，このヒステリシスループ内の面積に比例する。

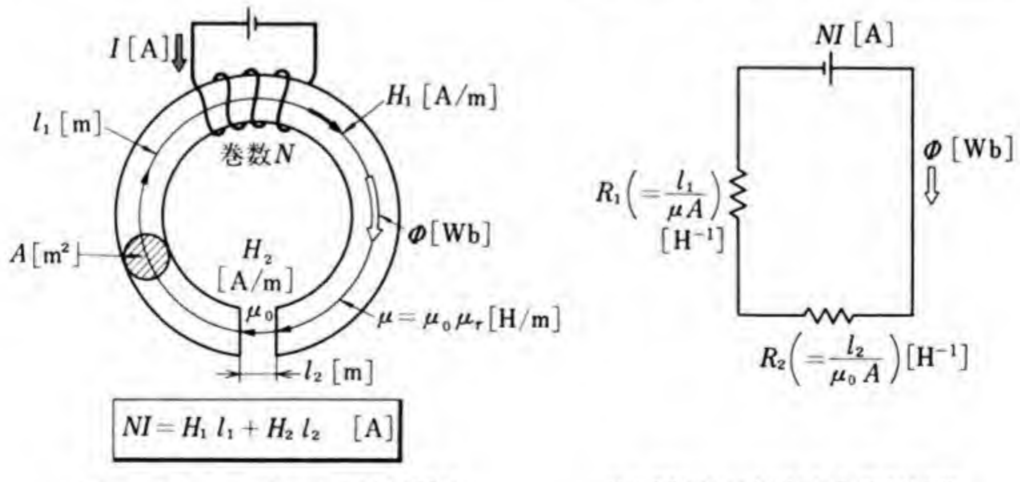
（2） エアギャップのある磁気回路

図 10 (a) のように，透磁率 μ [H/m]，磁路の長さ l_1 [m]，断面積 A [m²] の鉄心に，l_2 [m] のエアギャップがある場合，この磁気回路は，鉄心の磁気抵抗 $R_1=\dfrac{l_1}{\mu A}$ [H⁻¹] と，エアギャップの磁気抵抗 $R_2=\dfrac{l_2}{\mu_0 A}$ [H⁻¹] の直列接続回路と考えることができる。図 (b) は，図 (a) の磁気回路に対応する電気回路で示したものである。

図 (a) において，コイルの巻数を N，電流を I [A] とすると，起磁力は NI [A] であり，生じる磁束を Φ [Wb] とすると，Φ は次のように表される。

$$\Phi=\frac{NI}{R_1+R_2}=\frac{NI}{\dfrac{l_1}{\mu A}+\dfrac{l_2}{\mu_0 A}} \qquad (9)$$

図 10 エアギャップのある磁気回路



(a) エアギャップのある磁気回路　(b) 図(a) に対応する電気回路

したがって，(9) から，起磁力 NI は，次のように書ける。

$$NI=\Phi\left(\frac{l_1}{\mu A}+\frac{l_2}{\mu_0 A}\right)=\frac{l_1\Phi}{\mu A}+\frac{l_2\Phi}{\mu_0 A}$$

ここで，$\dfrac{\Phi}{A}=B$ であり，これは，磁気回路の磁束密度であるから，起磁力は次のように表される。

$$NI=\frac{B}{\mu}l_1+\frac{B}{\mu_0}l_2 \qquad (10)$$

(10) において，$\dfrac{B}{\mu}=H_1$ は鉄心中の磁界の強さであり，$\dfrac{B}{\mu_0}=H_2$ はエアギャップの磁界の強さである。したがって，起磁力は次のように表される。

$$NI=H_1l_1+H_2l_2 \qquad (11)$$

この等式で，H_1l_1 は，鉄心に B[T] の磁束を生じるのに必要な起磁力であり，H_2l_2 は，エアギャップに同じ B[T] の磁束を生じるのに必要な起磁力であると考えることができる。したがって，これら起磁力の和が，磁気回路全体の起磁力 NI と等しいわけである。

例題 1． 図 10 (a) の磁気回路で，磁路の長さは 2 [m]，エアギャップの長さは 1 [mm]，コイルの巻数は 1000 である。また，使用する鉄心は，図 6 に示すけい素鋼板とし，鉄心中の磁束密度を 1 [T] にしたい。次の値を求めよ。

(1)　エアギャップに必要な起磁力 F_{m2} [A]

(2)　鉄心に必要な起磁力 F_{m1} [A]

(3)　全体に必要な起磁力 F_m [A]

(4)　コイルに流れる電流 I [A]

解答　(1)　長さ l_2 [m] のエアギャップの磁界の強さを H_2 [A/m] とし，磁束密度を B [T] とすると，この磁束密度を作るのに必要な起

磁力 F_{m2} は，次のように表される。

$$F_{m2}=H_2l_2=\frac{B}{\mu_0}l_2=\frac{1}{4\pi\times10^{-7}}\times10^{-3}=800\ [\mathrm{A}]$$

(2) 鉄心の磁束密度も B [T] であり，このときの鉄心中の磁界の強さを H_1 [A/m] とし，その長さを l_1 [m] とすると，この磁束密度を作るのに必要な起磁力 F_{m1} は，次のように表される。

$$F_{m1}=H_1l_1\ [\mathrm{A}]$$

鉄心に，図6のけい素鋼板を使用すると，1 [T] の磁束密度 B を生じるのに必要な磁界の強さ H_1 は 200 [A/m] である。磁路の長さ l_1 は 2 [m] であるから，起磁力は $F_{m1}=H_1l_1=400$ [A] である。

(3) 磁気回路全体に必要な起磁力 F_m は，次のように表される。

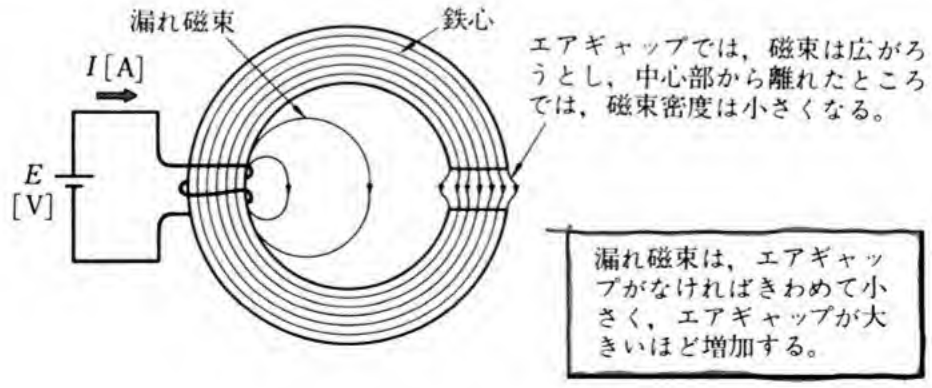
$$F_m=F_{m1}+F_{m2}=H_1l_1+H_2l_2$$
$$=400+800=1200\ [\mathrm{A}]$$

(4) 図10の磁気回路では，1200 [A] の起磁力が必要である。コイルの巻数は1000であるから，$I=\frac{1200}{1000}=1.2$ [A] の電流を流すと，磁束密度は1 [T] となる。

(3) 漏 れ 磁 束

図11のように，コイルに電流が流れて，磁気回路に磁束が生じ

図11 漏れ磁束



る場合を調べると，エアギャップでは磁束が広がろうとし，中心部から離れたところでは，磁束密度が小さくなる。また，鉄心中だけではなく，空間にも磁束はわずかではあるが生じている。このような磁束を**漏れ磁束**という。漏れ磁束は，エアギャップがなければきわめて少なく，エアギャップが大きいほど増加する。

（4）　磁気しゃへい

図12に示すように，磁界に強磁性体をおくと，周囲の磁束は，磁束が通りやすい強磁性体の内部を通るようになる。このとき，強磁性体を中空にしておくと，中空の部分には外部の磁界の影響がほとんど及ばない。

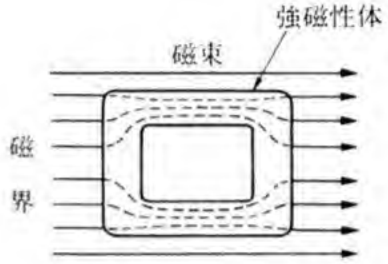


図12　磁気しゃへい

このように，強磁性体でまわりを囲んで，磁界の影響が及ばないようにすることを**磁気しゃへい**（magnetic shielding）といい，電気計器などによく利用される。また，電気機械器具などからの漏れ磁束を防ぐためにも使われる。

問 12.　図10において，エアギャップの長さを2 [mm]，鉄心の長さを1 [m]，使用する鉄心を鋳鉄とし，磁束密度を0.5 [T] にしたい。コイルの巻数が1000であれば，何アンペアの電流を流せばよいか。

問 13.　図10において，鉄心の比透磁率 μ_r を1000とすると，エアギャップの長さ1 [mm] に相当する鉄心の長さはいくらか。

問 14.　エアギャップが大きいと，漏れ磁束が大きくなるのはなぜか。

問 15.　図11のように，磁気回路の一部に巻かれたコイルと，図4のように，場所に関係なく全体に平等に巻かれたコイルとでは，漏れ磁束はどちらが大きいか。

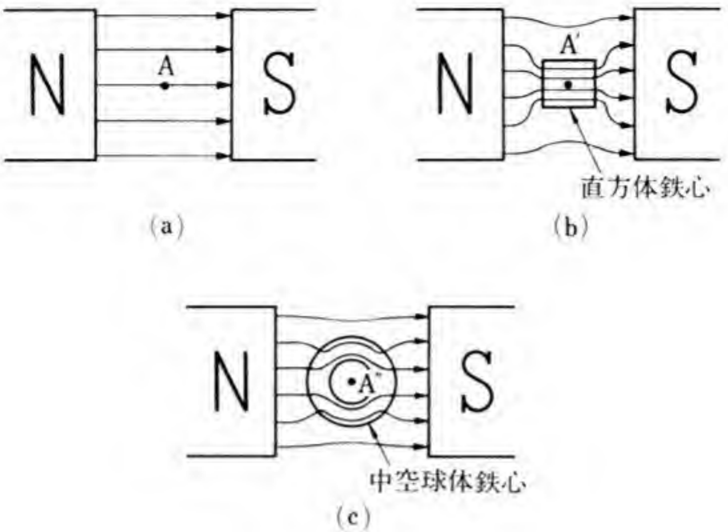


図 13

問 16. 図 13 において，次の問いに答えよ。

(1) A, A′, A″ の各点の磁束密度の大きさを比べてみよ。

(2) 点 A″ では，磁界の強さはきわめて小さい。なぜか。

(3) 磁気しゃへいは，どのようなところで利用されているか，調べてみよ。

問　　題

1. 図 14 の磁気回路で，磁路の長さが 0.2 [m]，断面積が 10^{-4} [m^2]，コイルの巻数が 3000 である。このコイルに 100 [mA] の電流が流れているときの磁界の強さはいくらか。また，このとき，磁束が，10^{-5}[Wb] であれば，磁束密度はいくらか。

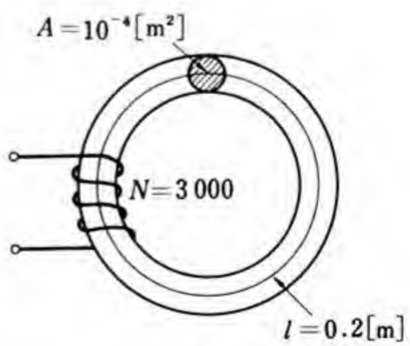


図 14

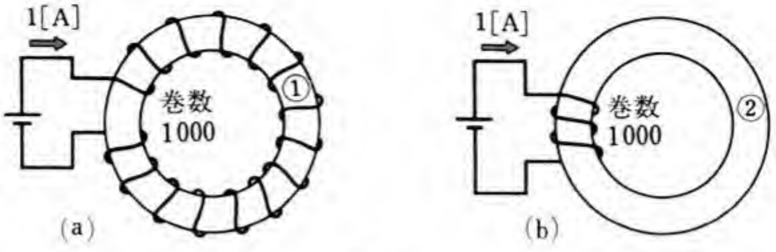


図 15

2. 図15(a)に示すように，コイルの電線を平等に巻いた場合と，図(b)に示すように，集中して巻いた場合とを比べてみよ。起磁力はどちらが大きいか。また，点①と点②とで，磁束密度および磁界の強さは，それぞれどちらが大きいか。

3. 図16の磁気回路で，エアギャップに1 [T] の磁束密度が生じるようにするにはどうしたらよいか。

次の問いに答えよ。

(1) 二つのエアギャップに必要な起磁力はいくらか。

(2) 鉄心①に必要な起磁力はいくらか。

(3) 鉄心②に必要な起磁力はいくらか。

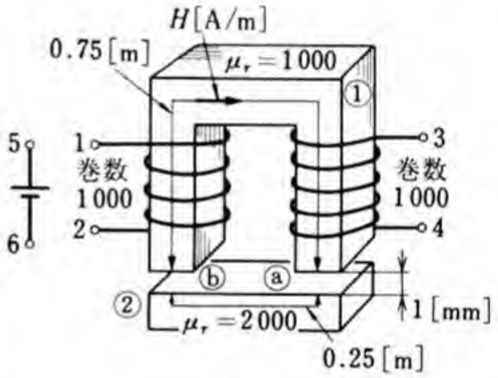


図 16

(4) 全体に必要な起磁力はいくらか。

(5) 何アンペアの電流を流せばよいか。

4. 図17の磁気回路について，次の問いに答えよ。

(1) 鉄心中の磁束および磁束密度を求めよ。

(2) エアギャップにおける磁界の向きを図示せよ。

(3) エアギャップの磁束密度，磁界の強さを求めよ。

(4) エアギャップの中央にあるコイルに働くトルクはいくらか。

5. 図18の磁気回路で，1 [mm] のエアギャップを作ると，コイル N_1 に15 [A] の電流が流れるという。次の問いに答えよ。

(1) エアギャップにおける磁束密度はいくらか。

(2) 鉄心中の磁束密度はいくらか。

(3) エアギャップにおける磁界の強さはいくらか。

(4) 鉄心中の磁界の強さはいくらか。

(5) 図のように，エアギャップの中央に導体をおき，10 [A] の電流を流すとき，これに働く力の方向と大きさを求めよ。

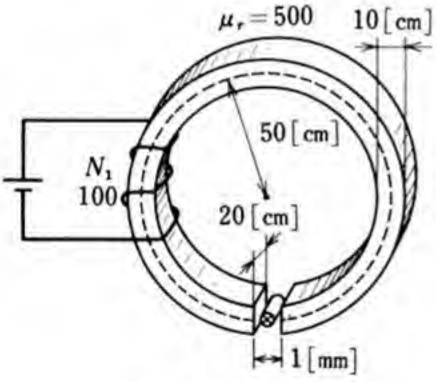


図 18

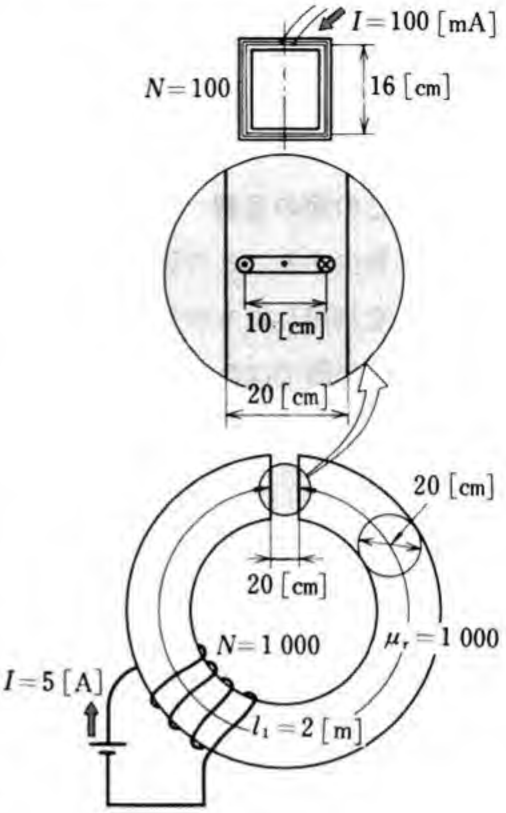


図 17

4 電磁誘導と電磁エネルギー

この節の目標 コイルを貫く磁束が急速に変化すると，起電力が発生する。この現象は，電磁誘導とよばれる。発電機は，この働きを利用したものである。

この節では，電磁誘導によって生じる起電力や，インダクタンス・電磁エネルギーなどについて学ぶ。

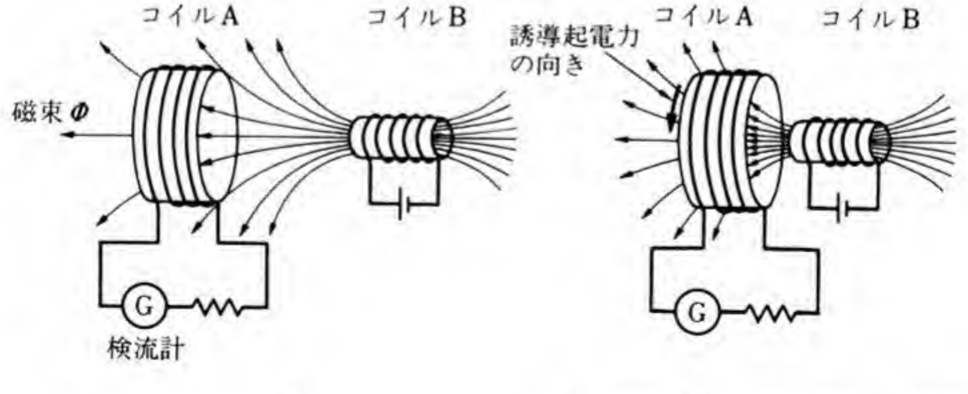
1. 電磁誘導

電磁誘導によって，コイルや導体に生じる起電力の向きについて調べる。

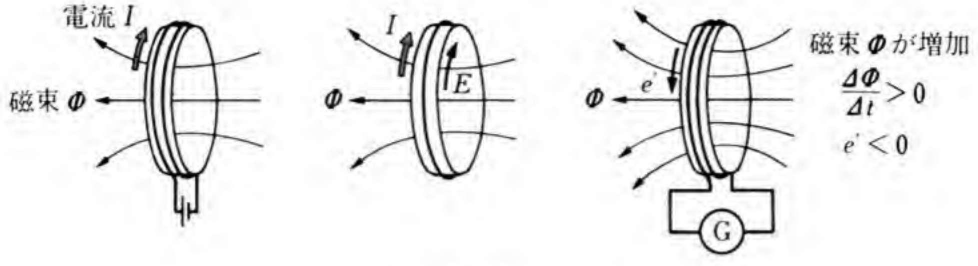
(1) 電磁誘導

図1(a)に示すように，コイルA, Bを配置する。コイルBには電流が流れているので，コイルBに生じている磁束は，コイルAをも貫いている。図(a)に示す状態から，コイルBをコイルAに

図1 電磁誘導



(a)　　(b) コイルBをコイルAに近づける



(a)　(b) 正の向き　(c)

図 2 誘導起電力の向き

急速に近づけると，図(b)に示すように，コイル A を貫く磁束が増加する。検流計の指針が振れるので，その向きから，コイル A には矢印の向きに起電力が発生し，電流が流れたことがわかる。

磁束の変化によって生じる起電力は**誘導起電力** (induced electromotive force)，流れる電流は**誘導電流** (induced current) とよばれる。

図 2 (a) のコイルに，電流 I [A] が矢印の向きに流れるとき，磁束 $\varPhi$ [Wb] が矢印の向き，つまり右ねじの向きに生じる。この関係を考慮して，図(b)に示すように，$\varPhi$ [Wb]，I [A]，起電力 E [V] の正の向きを定め，磁束と誘導起電力の関係を考える。

図(c)において，コイルの巻数を N とし，磁束 $\varPhi$ [Wb] が $\varDelta t$ 秒間に $\varDelta\varPhi$ [Wb] だけ増加するとすれば，コイルに発生する誘導起電力 e' [V] は，巻数 N に比例し，磁束の時間的変化率 $\dfrac{\varDelta\varPhi}{\varDelta t}$ に比例する。このことを電磁誘導に関する **ファラデーの法則** (Faraday's law) という。これは実験から求められた法則である。

また，誘導起電力が生じる向きについて，次の法則がある。誘導起電力は，これによって生じる電流が，コイル内の磁束の変化を妨げるような向きに発生する。このことを**レンツ* の法則** (Lenz's law)

* Heinrich Friedrich Emil Lenz, 1804～1865, ドイツ。

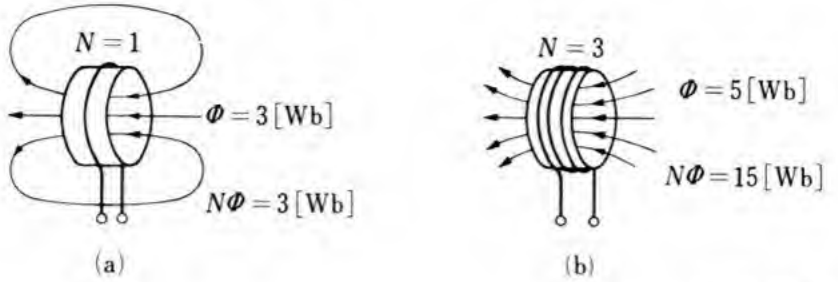


図3 磁束鎖交数

という。

磁束が増加するときに発生する誘導起電力 e' [V] の向きは，図2(b)で定めた起電力の正の向きと逆である。

以上のことをまとめると，誘導起電力 e' [V] は，次のように表される。

$$e' = -N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \qquad (1)$$

これは，コイルの巻数 N が大きいほど，磁束 Φ [Wb] の変化が急速なほど，大きな誘導起電力 e' [V] が生じることを示している。

巻数 N のコイルを磁束 Φ [Wb] が貫いているとき，N と Φ [Wb] との積 $N\Phi$ [Wb] は，**磁束鎖交数**とよばれる。図3にその例を示す。磁束鎖交数を使うと，(1) の誘導起電力 e' [V] は，次のように表される。

$$e' = -\frac{\Delta(N\Phi)}{\Delta t} \qquad (2)$$

問 1. 図1(a)において，コイルBをコイルAから遠ざけると，コイルAに発生する誘導起電力の向きはどうなるか。

問 2. コイルAの巻数が400である。コイルAを貫く磁束が，1 [ms] に 5×10^{-3} [Wb] だけ増加すると，この1 [ms] に磁束鎖交数はどれだけ変化するか。また，このとき発生する誘導起電力は何ボルトか。

（2） 直線状の導体に発生する誘導起電力

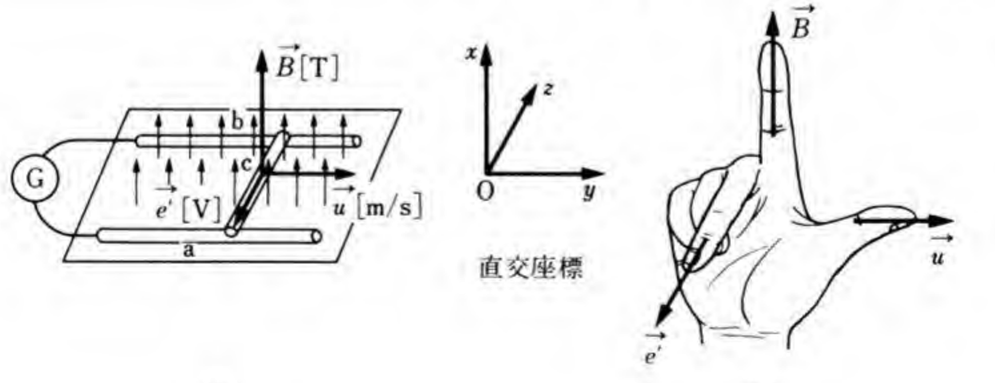
導体の丸棒 a, b, c を図 4 (a) に示すように，yz 平面上に配置する。a, b は y 軸に平行に，c は z 軸に平行におく。a, b 間の距離は l [m] である。a, b の一端を検流計と接続し，導体 c とともに閉回路を作る。x 軸方向に磁束密度 B [T] の平等磁界を加える。導体 c を y 軸方向に速度 u [m/s] で平行移動し，発生する誘導起電力の大きさと向きを調べる。

導体 c を移動する速度は，y 軸の正の向きを正とする。このように決めれば，$u>0$ のとき $\dfrac{\Delta\Phi}{\Delta t}>0$，$u<0$ のとき $\dfrac{\Delta\Phi}{\Delta t}<0$ である。起電力の正の向きは，図 2 (b) で定めたように，閉回路内の磁束 Φ と同じ向きの磁束を生じる電流の向きと同じである。

導体 c を y 軸方向に速度 u [m/s] で移動するときに発生する誘導起電力の向きは，検流計の指針の振れの向きから知ることができる。この実験から，誘導起電力 e' [V] の向きは，導体 c を移動する速度 u [m/s] と，次に示す関係があることがわかる。

$$\left.\begin{array}{lll} u>0 & \text{のとき} & e'<0 \\ u<0 & \text{のとき} & e'>0 \end{array}\right\}$$

図 4　誘導起電力とフレミングの右手の法則



(a)　(b)

誘導起電力 e' [V] は，磁束密度 B [T]，磁束を切る導体の長さ l [m]，導体が移動する速度 u [m/s] の積に比例しており，次のように表される。

$$e' = -\frac{\varDelta\Phi}{\varDelta t} = -Blu \qquad (3)$$

〔例〕 図4で，磁束密度 B が 0.1 [T]，導体の長さ l が 0.5 [m]，導体の移動する速度 u が 100 [m/s] とすると，誘導起電力 e' は，

$$e' = -0.1 \times 0.5 \times 100 = -5 \text{ [V]}$$

すなわち，誘導起電力は負の向きで，大きさは 5 [V] である。

フレミングの右手の法則　図4(a)，(b)からわかるように，「右手の親指・人差し指・中指をそれぞれ直交するように開き，親指を導体が移動する方向，人差し指を磁界の方向に向けると，中指の方向は誘導起電力の方向と一致する。」このことを**フレミングの右手の法則** (Fleming's right-hand rule) という。

（3） 導体の運動方向と誘導起電力

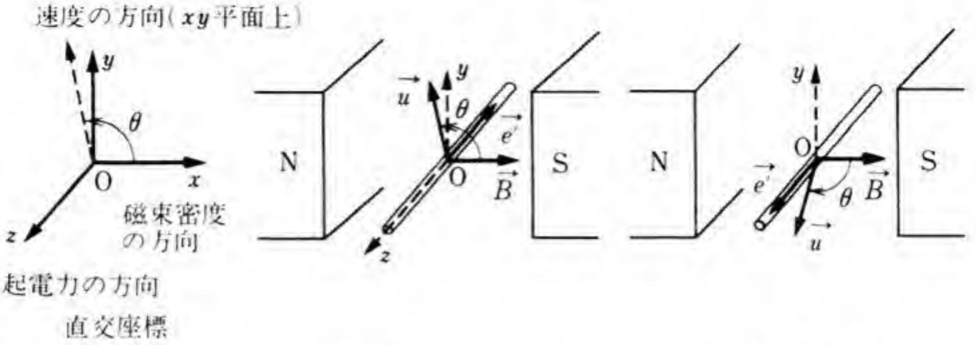
図5に示すように，磁束密度 B [T] の方向を x 軸方向とし，z 軸方向におかれた線状導体が運動する方向は，xy 平面上で，x 軸方向となす角が θ で表される方向とする。長さ l [m] の導体が速度 u [m/s] で磁界の中を運動するとき，導体に生じる誘導起電力の方向は z 軸方向と逆向きで，その大きさ e' [V] は，次のように表される。

$$e' = -Blu\sin\theta \qquad (4)^*$$

* 誘導起電力 $\vec{e'}$ は，$\vec{B}$ と $\vec{u}$ のベクトル積を使って，次のように表すことができる。

$$\vec{e'} = -l(\vec{B} \times \vec{u})$$

この等式は，（3），（4）の関係に方向も含めたものである。



(a) $\theta>0$の場合　　(b) $\theta<0$の場合

図 5　導体の運動方向と誘導起電力

θ は，$-\pi<\theta\leqq\pi$ の範囲で考える。θ が負になると，正のときと比べて，誘導起電力 e' の向きが逆になる。

〔例〕 磁束密度 B [T] の平等磁界の方向を x 軸方向とする。z 軸方向に長さ l [m] の線状導体がおいてある。この導体を磁界の方向に動かした場合の誘導起電力 e' は，速度 u [m/s] の方向が磁界の方向に対してなす角を θ とすると，θ が 0 [rad] であるから，$e'=0$ [V] である。

この導体を θ が $\frac{\pi}{6}$ [rad] の方向に動かした場合の e' は，

$$e'=-Blu\sin\frac{\pi}{6}=-\frac{1}{2}Blu\ [\mathrm{V}]$$

である。

問 3． x 軸方向に磁束密度 0.2 [T] の平等磁界が存在するとき，z 軸方向に長さ 40 [cm] の線状導体をおき，これを y 軸方向に速度 50 [m/s] で動かしたときに，導体に発生する誘導起電力はいくらか。

問 4． x 軸方向に磁束密度 0.3 [T] の平等磁界が存在するとき，z 軸方向に長さ 30 [cm] の線状導体をおき，これを xy 平面上で y 軸方向に対してなす角が $\frac{\pi}{4}$ [rad] の方向に速度 40 [m/s] で動かした。このとき，導体に発生する誘導起電力はいくらか。

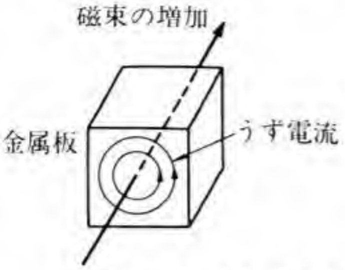


図6　うず電流

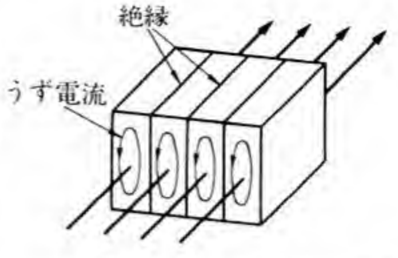


図7　成層鉄心

(4)　うず電流

図6のように，金属板を貫く磁束が変化しても，コイルのときと同じように起電力が発生する。誘導起電力は，レンツの法則によって磁束の変化を妨げる向きに発生し，誘導電流を流す。このうず巻状の電流を**うず電流** (eddy current) という。

金属板にうず電流が流れると，ジュール熱が発生し，それだけ電気エネルギーが消費される。このエネルギーの損失を**うず電流損** (eddy-current loss) という。

電気機器においては，磁気回路の鉄心にうず電流が流れると，エネルギーの損失が生じ，鉄心の温度が上昇する。これを少なくするために，図7のように，表面を絶縁した薄いけい素鋼板を積み重ねて成層したものを鉄心として使い，うず電流を流れにくくしている。このような鉄心を**成層鉄心** (laminated core) という。

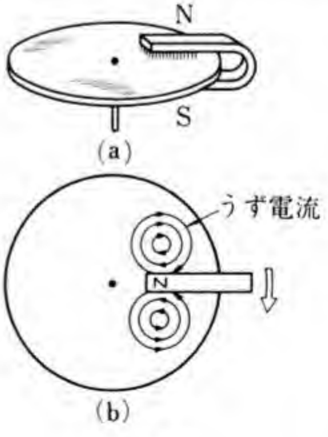


図8

問5. 図8のように，磁石の間に自由に回転できるアルミニウム板または銅板をおき，磁石を円板に沿って回転させた場合，次の問いに答えよ。

(1)　円板の中にはうず電流が流れるが，その向きは，図8(b)に示す向きになることを説明せよ。

(2) この場合，円板は磁石に引きずられるように回転する。なぜか。

(3) もし，磁石が固定していて，円板が回転していれば，磁石のために，円板は回転が止められようとする。なぜか。

2. インダクタンス

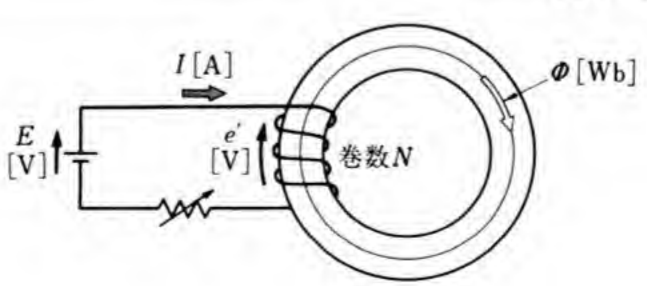
コイルに流れる電流が変化すると，電流の変化によって，コイル自身に作られる磁束鎖交数が変化するので，誘導起電力が発生する。このとき，電流の変化と誘導起電力の関係を示すのが**インダクタンス** (inductance) とよばれるものである。ここでは，インダクタンスについて調べる。

(1) 自己誘導と自己インダクタンス

図9に示すように，コイルに電流を流し，その電流を Δt 秒間に ΔI [A] だけ増加するとき，磁束 Φ [Wb] も $\Delta\Phi$ [Wb] だけ増加する。このとき発生する誘導起電力 e' [V] は，$-\dfrac{\Delta(N\Phi)}{\Delta t}$ で表されるが，$\dfrac{\Delta I}{\Delta t}$ にも比例する。

(1) を導いたときと同様に，図2(b) に示すように，Φ [Wb], I [A], E [V] の正の向きを定め，電流・磁束・誘導起電力の関係を考えると，電流が増加するときの誘導起電力 e' [V] の向きは，

図9 自己誘導



起電力の正の向きと逆向きである。

以上のことから，誘導起電力 e' [V] は，次のように表される。

$$e' = -L\frac{\Delta I}{\Delta t} \qquad (5)$$

コイルに流れる電流のために，コイル自身に誘導起電力が発生する現象を**自己誘導** (self-induction) という。

(5) の比例定数 L は，コイル特有の値であって，**自己インダクタンス** (self-inductance) という。自己インダクタンス L の単位には**ヘンリー** (henry，単位記号 H) を使う。1 [H]は，1秒間に1 [A]の電流が変化して，1 [V] の誘導起電力が発生するコイルの自己インダクタンスである。1 [H] の $\frac{1}{1000}$ 倍を1ミリヘンリー [mH]，1 [mH] の $\frac{1}{1000}$ 倍を1マイクロヘンリー [μH] という。

ヘンリー (Joseph Henry 1797～1878) アメリカ合衆国の物理学者。

時計職人や演劇関係の仕事を経て数学教師となった。ファラデーよりも1年早く誘導電流を発見したが，その発表が遅れたために，当時，その業績は認められなかった。もし，このようなことがなかったならば，名声はファラデーと逆転していたかもしれない。電磁式電信機・電磁式電動機・電流計などを発明している。

インダクタンスの単位ヘンリー [H] は，彼の名によっている。

〔例〕 コイルに流れる電流が，1 [ms] の間に 0.5 [A] 変化するとき，2 [V] の誘導起電力が生じるとすると，自己インダクタンス L は，

$$L=-\frac{e'}{\frac{\Delta I}{\Delta t}}=-\frac{-2}{\frac{0.5}{1\times10^{-3}}}=\frac{2\times10^{-3}}{0.5}=4\times10^{-3}\,[\mathrm{H}]=4\,[\mathrm{mH}]$$ である。

問 6. あるコイルに流れる電流が，0.5 [ms] 間に 5 [A] 変化したとき，20 [V] の誘導起電力が生じた。自己インダクタンスはいくらか。

問 7. 自己インダクタンス 10 [H] のコイルに流れる電流が，0.1 [ms] の間に 0.5 [A] 変化した。コイルに発生する誘導起電力はいくらか。

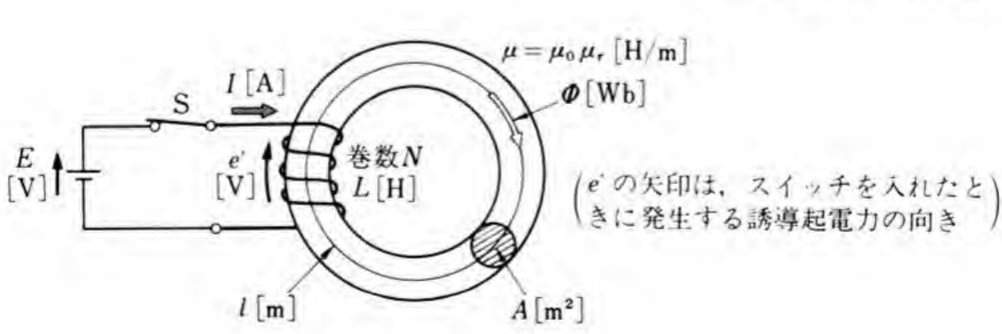
（2） 輪形コイルの自己インダクタンス

図 10 の輪形コイルで，コイルの巻数を N，磁路の断面積を A [m²]，磁路の長さを l [m]，透磁率 μ を $\mu_0\mu_r$ [H/m] とする。このコイルに電流 I [A] が流れているとすると，磁気回路に生じる磁束 Φ [Wb] は，136 ページの（1）と（2）から，次のように表される。

$$\Phi=\frac{NI}{\frac{l}{\mu A}}=\frac{\mu ANI}{l} \qquad (6)$$

Δt 秒間に磁束が $\Delta\Phi$ だけ変化したとすると，コイルに発生する誘導起電力 e' [V] は，$-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$ で表され，（7）となる。

図 10 自己インダクタンス



$$e' = -N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} = -\frac{\mu AN^2}{l}\cdot\frac{\Delta I}{\Delta t} \qquad (7)$$

ところで，$e' = -L\dfrac{\Delta I}{\Delta t}$ [V] であるから，自己インダクタンス L [H] は，次のように表される。

$$\boldsymbol{L = \frac{\mu AN^2}{l} = \frac{\mu_0\mu_r AN^2}{l}} \qquad (8)$$

〔例〕 磁路の断面積 A が 4×10^{-4} [m²]，磁路の長さ l が 0.4 [m]，コイルの巻数 N が 1000，比透磁率 μ_r が 1000 とすると，自己インダクタンス L は，次のように表される。

$$L = 4\pi\times10^{-7}\times1000\times4\times10^{-4}\times\frac{1000^2}{0.4} = 1.26\ [\mathrm{H}]$$

（8）は，自己インダクタンスが，磁気回路の透磁率，磁路の長さ，磁路の断面積，コイルの巻数などによって決まり，とくに，巻数の2乗に比例して大きくなることを示している。

なお，（8）から透磁率 μ を求めると，次のように表される。

$$\mu = \frac{lL}{AN^2} \qquad (9)$$

ここで，l, L, A, N の単位は，それぞれ，[m]，[H]，[m²]，[無名数] であるから，μ の単位は [H/m] となる。$\mu = \mu_0\mu_r$ であって，μ_r は無名数であるから，μ_0 の単位も [H/m] となる。

問 8. 輪形コイルの巻数が1000のとき，自己インダクタンス L は1 [mH] である。このコイルの巻数が2000のとき，自己インダクタンス L は何ミリヘンリーか。

問 9. 図10の磁気回路で，磁路の断面積 A が 5×10^{-4} [m²]，磁路の長さ l が 0.5 [m]，コイルの巻数 N が 400，比透磁率 μ_r が 500 であれば，自己インダクタンス L はいくらか。

問 10. 図10の磁気回路で，磁路の断面積が 2×10^{-4} [m²]，磁路の長さが 0.36 [m]，コイルの巻数が 1200 のとき，自己インダクタンスが 1 [mH] である。磁気回路の比透磁率はいくらか。

問 11. 図11は，巻き方が均一で，巻数が N のコイルが作っている磁気回路で，磁路の長さが l [m]，磁路の断面積が A[m²]，透磁率が μ [H/m] である。次の問いに答えよ。

(1) 磁路の長さ 1 [m] 当たりのコイルの巻数はいくらか。

(2) 自己インダクタンスは，どのように表されるか。

(3) 磁路の長さ 1 [m] 当たりの自己インダクタンスは，どのように表されるか。

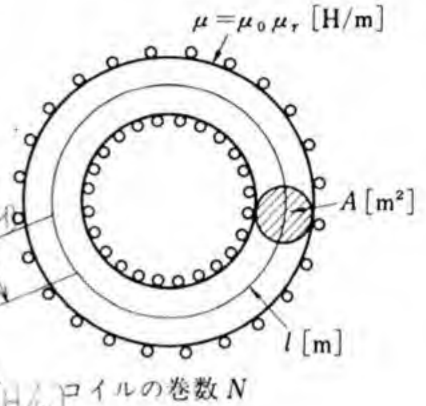


図 11

(3) 有限長コイルの自己インダクタンス

図12のように，無限に長いコイルを考える。巻き方が均一で，巻数が l [m] 当たり N のコイルがある。このコイルに I [A] の電流が流れるとき，

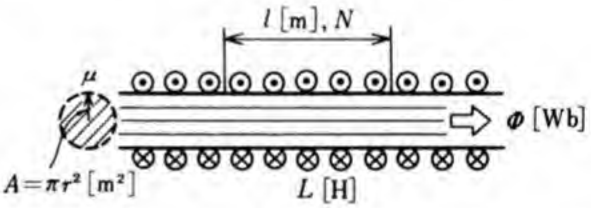


図 12　無限に長いコイル

コイル内部に生じる磁束 Φ [Wb] は $\Phi=\dfrac{NI}{\dfrac{l}{\mu A}}=\dfrac{\mu ANI}{l}$ である。

これは（6）と同じ形をしている。したがって，コイルの l [m] の部分のインダクタンス L は，（8）で表されることがわかる。

図13(a)のような有限長のコイルでは，磁束の状態は無限長の場合と異なる。ボビンに巻いたコイルの巻数を N，長さを l [m]，半径を r [m]，透磁率を μ [H/m] とすると，自己インダクタンス

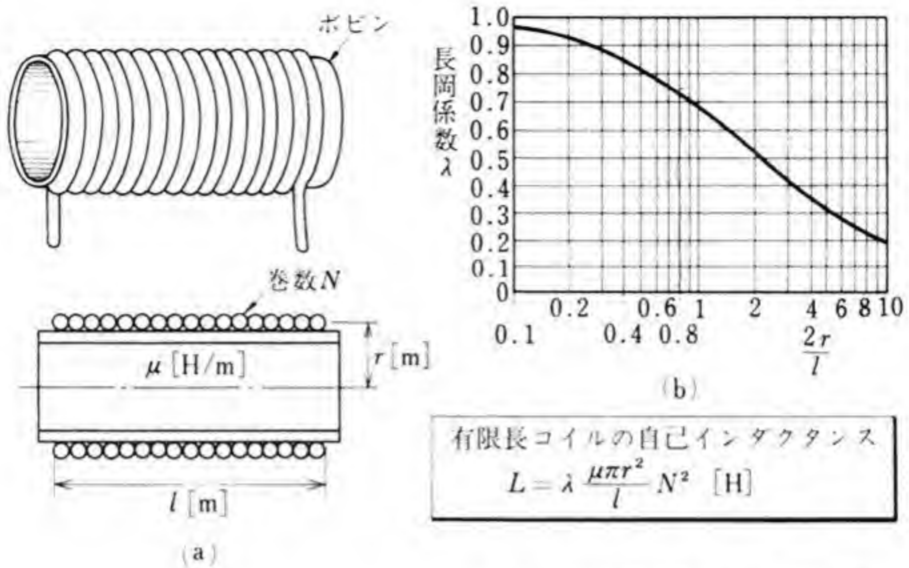


図 13　有限長コイルの自己インダクタンス

L [H] は，次のように表される。

$$L=\lambda\frac{\mu AN^2}{l}=\lambda\frac{\mu\pi r^2}{l}N^2 \qquad (10)$$

無限長コイルに比べて，自己インダクタンスの値が，どの程度違ってくるかを示す係数 λ（ラムダ）が**長岡係数**で，コイルの直径 $2r$ [m] と長さ l [m] の比によって決まる。図 13(b) は，λ の値が $\frac{2r}{l}$ によって，どのように変わるかを示したものである。

〔例〕 コイルの半径 r を 1.25 [cm]，コイルの長さ l を 10 [cm] とすると，$\frac{2r}{l}=0.25$ であり，図 13(b) から，$\lambda\fallingdotseq0.9$ となる。透磁率 μ を $4\pi\times10^{-7}$ [H/m]，コイルの巻数 N を 200 とすると，自己インダクタンス L は，

$$L=0.9\times\frac{4\pi\times10^{-7}\times\pi\times1.25^2\times10^{-4}}{0.1}\times200^2=222\times10^{-6}\ [\mathrm{H}]$$

$$=222\ [\mu\mathrm{H}]$$

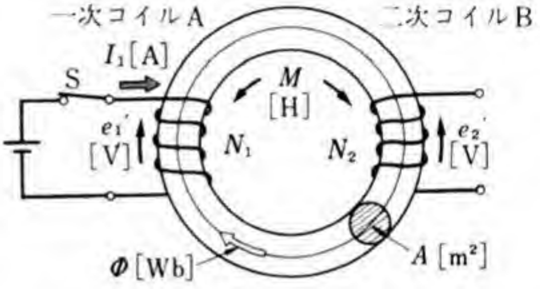
である。

問 12. 半径が 2 [cm]，長さが 30 [cm] のコイルの λ はいくらか。図 13 (b) から求めよ。

問 13. コイルの半径が 1 [cm]，長さが 8 [cm]，透磁率が μ_0，巻数が 100 である。このコイルの自己インダクタンスはいくらか。

(4) 相互誘導と相互インダクタンス

図 14 に示すように，一つの輪形鉄心に巻かれた A, B 二つのコイルがある。コイル A の電流 I_1 [A] を変化させると，コイル A 自身に自己誘導による起電力 e_1' [V] が発生するが，それと同時に，コイル B にも起電力 e_2' [V] が発生する。



（e_1', e_2' の矢印は，スイッチを入れたときに発生する誘導起電力の向き）

図 14 相互インダクタンス

このような現象を**相互誘導**(mutual induction) といい，電流を流したコイル A を**一次コイル** (primary coil)，起電力が発生したコイル B を**二次コイル** (secondary coil) という。

この場合，二次コイルに発生する起電力 e_2' は，一次コイルに流れる電流 I_1 が急激に変化するほど大きく，Δt 秒間に ΔI_1 [A] だけ変化したとすると，次のように表される。

$$e_2' = -M\frac{\Delta I_1}{\Delta t} \qquad (11)$$

ここで，M を**相互インダクタンス** (mutual inductance) といい，その単位には，自己インダクタンスと同様に，[H]，[mH]，[μH] などが使われる。

〔例〕 一次コイルの電流 I_1 が，1 [ms] の間に 0.4 [A] 変化したとき，二次コイルに誘導起電力が 2 [V] 発生したとすると，相互インダクタンス M は，$M=-\dfrac{-2}{\dfrac{0.4}{1\times10^{-3}}}=5\times10^{-3}$ [H]=5 [mH] である。

問 14. 図 14 の磁気回路で，一次コイルの電流 I_1 が，0.1 [ms] の間に 0.5[A] 変化したとき，二次コイルに誘導起電力が 3 [V] 発生したという。相互インダクタンス M はいくらか。

問 15. 図 14 の磁気回路で，相互インダクタンス M が 100 [mH] であるという。一次コイルの電流 I_1 が，10 [ms] の間に 10 [A] 変化したという。二次コイルに発生する誘導起電力を求めよ。

（5） 輪形コイルの相互インダクタンス

図 14 は，一次コイル A の巻数が N_1，二次コイル B の巻数が N_2，磁路の断面積が A [m²]，磁路の長さが l [m]，透磁率が μ [H/m] の輪形コイルを示したものである。一次コイル A に I_1 [A] の電流を流すと，磁路には，次に示す磁束 Φ [Wb] が生じる。

$$\Phi=\frac{\mu A N_1 I_1}{l} \tag{12}$$

ここで，Δt 秒間に電流 I_1 が ΔI_1 [A] だけ変化し，磁束が $\Delta\Phi$ [Wb] だけ変化したとすると，二次コイル B に生じる誘導起電力 e_2' [V] は，次のように表される。

$$e_2'=-N_2\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}=-\frac{\mu A N_1 N_2}{l}\cdot\frac{\Delta I_1}{\Delta t} \tag{13}$$

ところで，$e_2'=-M\dfrac{\Delta I_1}{\Delta t}$ [V] であるから，相互インダクタンス M [H] は，次のように表される。

$$\boldsymbol{M=\frac{\mu A N_1 N_2}{l}} \tag{14}$$

〔例〕 磁路の断面積 A を 4×10^{-4} [m²]，磁路の長さ l を 0.4 [m]，一次コイル，二次コイルの巻数を $N_1=1000$， $N_2=4000$， 比透磁率 μ_r を 1000 とすると，相互インダクタンス M は，

$$M=\frac{4\pi\times10^{-7}\times1000\times4\times10^{-4}\times1000\times4000}{0.4}=5.03\ [\mathrm{H}]$$ である。

問 16. 図 14 の磁気回路で，一次コイル，二次コイルの巻数を $N_1=1000$ $N_2=2000$， 比透磁率 μ_r を 500， 磁路の断面積 A を 3×10^{-3} [m²]，磁路の長さ l を 0.8 [m] とすると， 相互インダクタンス M はいくらになるか。

問 17. 図 14 の磁気回路で，一次コイル，二次コイルの巻数がそれぞれ 100，200 のとき，相互インダクタンスが 100 [mH] であった。コイルの巻数がそれぞれ 150，250 のときの相互インダクタンスはいくらか。

(6) 自己インダクタンスと相互インダクタンスの関係

すでに学んだように，図 14 の一次コイル A の自己インダクタンス L_1 [H]，二次コイル B の自己インダクタンス L_2 [H]， 相互インダクタンス M [H] は，それぞれ次のように表される。

$$L_1=\frac{\mu A N_1^2}{l} \qquad (15)$$

$$L_2=\frac{\mu A N_2^2}{l} \qquad (16)$$

$$M=\frac{\mu A N_1 N_2}{l} \qquad (17)$$

したがって，自己インダクタンスと相互インダクタンスの間には，次の関係がなりたつ。

$$M^2=\frac{\mu^2A^2N_1^2N_2^2}{l^2}=\frac{\mu A N_1^2}{l}\cdot\frac{\mu A N_2^2}{l}=L_1L_2$$

ゆえに，

$$\boldsymbol{M=\sqrt{L_1L_2}} \qquad (18)$$

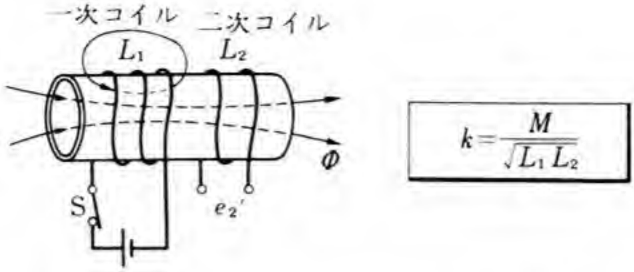


図 15 結合係数

〔例〕 一次コイルの自己インダクタンス L_1 が 4 [mH], 二次コイルの自己インダクタンス L_2 が 9 [mH] であれば, 相互インダクタンス M は, $M=\sqrt{4\times9}=\sqrt{36}=6$ [mH] である。

なお, (18) は, 図 15 において, 一次コイル A を貫く磁束が, 漏れなくすべて二次コイル B を貫く場合である。実際は, 漏れ磁束があるため, M の値は $\sqrt{L_1L_2}$ より小さくなる。

そこで, M と $\sqrt{L_1L_2}$ との比をとり, k で表して, これを**結合係数** (coefficient of coupling) とよぶ。

$$\boldsymbol{k=\frac{M}{\sqrt{L_1L_2}}} \qquad (19)$$

結合係数 k は, 一次コイルと二次コイルの磁束による電磁的な結合の度合いを示す係数で, 漏れ磁束の程度を表している。k の値は 0 と 1 との間にある。漏れ磁束がないときは, k の値は 1 であり, 漏れ磁束が増加するに従って小さくなる。

自己インダクタンス L_1, L_2 [H]と, 結合係数 k がわかれば, (19) から, 相互インダクタンス M[H] を求めることができる。

問 18. 図 14 の磁気回路で, 一次コイルの自己インダクタンス L_1 が 3 [mH], 二次コイルの自己インダクタンス L_2 が 12 [mH] であるという。相互インダクタンス M はいくらか。

問 19. 図14の磁気回路で，一次コイルの巻数 N_1 が1000，二次コイルの巻数 N_2 が2000，一次コイルの自己インダクタンス L_1 が200 [mH] であるという。二次コイルの自己インダクタンス L_2 および相互インダクタンス M を求めよ。

問 20. 図15において，一次コイル，二次コイルの自己インダクタンスを $L_1=30$ [mH]，$L_2=240$ [mH]，結合係数 k を0.1とすると，相互インダクタンス M はいくらになるか。

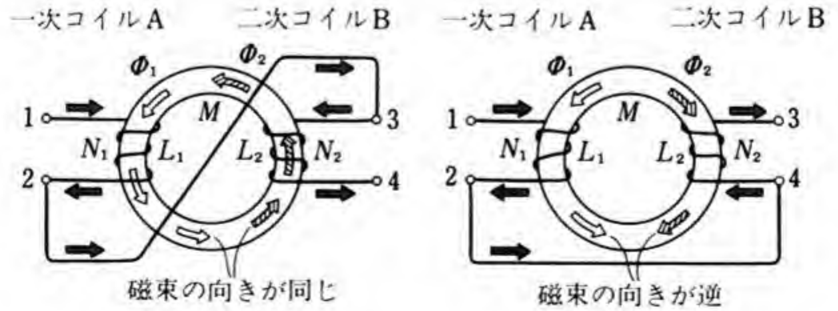
問 21. 図15において，一次コイル，二次コイルの自己インダクタンスが $L_1=8$ [μH]，$L_2=98$ [μH]，相互インダクタンス M が14 [μH] であるという。結合係数 k はいくらか。

（7） インダクタンスの直列接続

図16のように，二つのコイルを直列に接続したとき，接続のしかたによって，全体のインダクタンス L [H] がどうなるか求めてみよう。

図16は，一次コイルA，二次コイルBの自己インダクタンスが L_1, L_2 [H]，巻数が N_1, N_2，相互インダクタンスが M [H] のコイルである。図(a)は，一次コイルと二次コイルの作る磁束の向きが同じになるように接続されている場合で，その接続のしかたを**和動接続** (cumulative connection) といい，図(b)は，それぞれの磁束の

図 16　インダクタンスの直列接続



(a) 和動接続　　(b) 差動接続

向きが逆になるように接続されている場合で，その接続のしかたを**差動接続** (differential connection) という。

図(a)の回路で一次コイル A に電流 I [A] を流すと，各コイルに矢印の向きに磁束 Φ_1, Φ_2 [Wb] が生じる。漏れ磁束がないとすると，コイル A, B に鎖交する磁束は，それぞれ ($\Phi_1+\Phi_2$) [Wb] になる。その結果，端子 1, 4 間から見た全体の自己インダクタンス L [H]は，次のように表すことができる。

$$L=\frac{N_1(\Phi_1+\Phi_2)}{I}+\frac{N_2(\Phi_1+\Phi_2)}{I}$$

ゆえに，

$$L_1=\frac{N_1\Phi_1}{I},\quad L_2=\frac{N_2\Phi_2}{I},\quad M=\frac{N_2\Phi_1}{I}=\frac{N_1\Phi_2}{I}$$

これらを L [H] の等式に代入すると，次の関係が得られる。

$$L=L_1+L_2+2M \qquad (20)$$

図(b)は接続を逆にした場合で，両コイルの作る磁束 Φ_1, Φ_2 [Wb] の向きが反対になる。全体の自己インダクタンス L [H] は，図(a)の和動接続の場合にならって計算すると，次の関係が得られる。

$$L=L_1+L_2-2M \qquad (21)$$

3. 電磁エネルギー

コイルに電流が流れているとき，コイルの内部には磁束が生じている。磁束が生じている空間，すなわち磁界中にはエネルギーが蓄えられている。ここでは，磁界中に蓄えられているエネルギーについて調べる。

(1) コイルに蓄えられるエネルギー

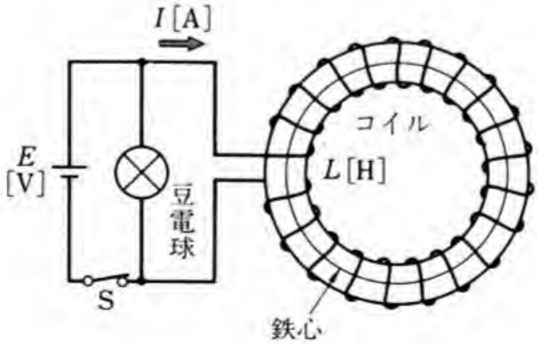
コイル・電池・豆電球・スイッチを使って，図17に示す回路を作る。スイッチを入れて回路に電流を流し，十分時間が経過してからスイッチを切ると，電池だけでは弱くしか光らなかった豆電球が，スイッチを切った瞬間に強く光る。これは，コイルの鉄心に蓄えられている電磁エネルギーが，光のエネルギーに変わったためであると考えられる。

図17の磁気回路で，コイルに電流 I[A] が流れているとき，コイル内の磁界に蓄えられている電磁エネルギー W[J] を求めてみよう。

インダクタンス L[H] のコイルに流れる電流 i[A] を増加しようとすると，電流の時間的増加率 $\frac{\Delta i}{\Delta t}$[A/s] に対し，$-L\frac{\Delta i}{\Delta t}$[V] の誘導起電力が生じ，電流の増加を妨げる。この起電力に逆らって電流を増加するためには，誘導起電力とつりあう起電力を外部から加え，仕事をしてやらなければならない。

電流 I[A] を微小な電流 Δi[A] ずつに分け，コイルの誘導起電力に逆らって，Δt 秒間に Δi[A] ずつ電流を増加していくのに必要な仕事 ΔW_k[J] を計算し，コイルを流れる電流 i[A] とともに，

図 17 電磁エネルギー



次の表に書き込む。$\varDelta W_k$ [J] を合計することによって，電流 I [A] がコイルに流れるまでに，外部から加える仕事量，すなわち磁界に蓄えられる電磁エネルギー W [J] を計算する。

外部から加える起電力は $L\dfrac{\varDelta i}{\varDelta t}$ [V] である。電流が i [A] のときに，$\varDelta t$ 秒間に $\varDelta i$ [A] の電流を増加するのに必要な仕事 $\varDelta W_k$ [J] は，$\varDelta W_k = L\dfrac{\varDelta i}{\varDelta t}\cdot i\varDelta t = Li\varDelta i$ である。

k	電流 i [A]	仕事 $\varDelta W_k$
1回目	0	0
2回目	$\varDelta i$	$L(\varDelta i)^2$
3回目	$2\varDelta i$	$2L(\varDelta i)^2$
4回目	$3\varDelta i$	$3L(\varDelta i)^2$
⋮	⋮	…
n回目	$(n-1)\varDelta i$	$(n-1)L(\varDelta i)^2$
	$n\varDelta i = I$	

$n\varDelta i = I$ [A] とすれば，求める電磁エネルギー W [J] は，次のようにして求められる。

$$
\begin{aligned}
W &= \varDelta W_1 + \varDelta W_2 + \cdots\cdots + \varDelta W_n \\
&= L(\varDelta i)^2\{0+1+\cdots\cdots+(n-1)\} \\
&= L\left(\frac{I}{n}\right)^2 \frac{n(n-1)}{2} \\
&= \frac{1}{2}LI^2\left(1-\frac{1}{n}\right)
\end{aligned}
$$

n を無限に大きくすれば，$1-\dfrac{1}{n}$ は限りなく1に近づくから，

$$\boldsymbol{W = \frac{1}{2}LI^2} \qquad (22)^*$$

が得られる。

* $W = \int_0^t L\dfrac{di}{dt}idt = L\int_0^I idi = L\left[\dfrac{i^2}{2}\right]_0^I = \dfrac{1}{2}LI^2$

〔例〕 インダクタンス L が 200 [mH]，電流 I が 5 [A] であれば，コイルに蓄えられる電磁エネルギー W は，

$$W=\frac{1}{2}\times200\times10^{-3}\times25=2.5\ [\mathrm{J}]$$

である。

問 22. 自己インダクタンス 10 [H] のコイルに，100 [A] の電流が流れている。このコイルに蓄えられる電磁エネルギーはいくらか。

問 23. コイルに流れている電流が 5 倍になれば，蓄えられる電磁エネルギーは何倍になるか。

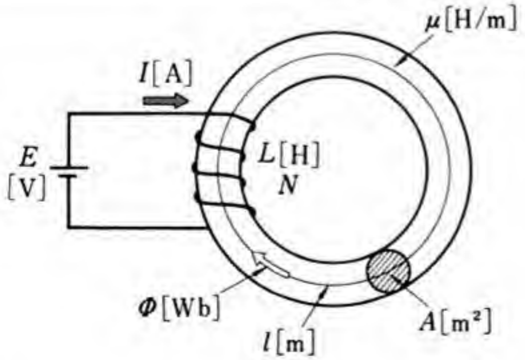
（2） 単位体積当たりの磁界に蓄えられるエネルギー

図 18 のように，磁路の長さ l [m]，磁路の断面積 A [m^2]，透磁率 μ [H/m] の磁気回路に巻かれている巻数 N の輪形コイルがある。このコイルに I [A] の電流が流れているとき，コイルの内部の磁界に蓄えられている電磁エネルギー W [J] は，(22) で与えられる。これを次に示す。

$$W=\frac{1}{2}LI^2 \qquad (23)$$

また，このコイルのインダクタンス L [H] は，164 ページの（8）で与えられる。これを次に示す。

図 18 単位体積当たりの磁界に蓄えられるエネルギー



$$w=\frac{W}{Al}=\frac{1}{2}\mu H^2\ [\mathrm{J/m^3}]$$

$$\left(w=\frac{1}{2}BH=\frac{1}{2}\cdot\frac{B^2}{\mu}\right)$$

W：コイル全体の電磁エネルギー
w：単位体積当たりの電磁エネルギー

$$L=\frac{\mu AN^2}{l} \tag{24}$$

(23) と (24) から，W[J] は次のように表される。

$$W=\frac{1}{2}\cdot\frac{\mu AN^2I^2}{l}=\frac{1}{2}\mu\left(\frac{NI}{l}\right)^2 Al \tag{25}$$

(25) の Al は磁気回路の体積であり，$\dfrac{NI}{l}$ は磁界の強さ H [A/m] である。したがって，単位体積当たりの磁界に蓄えられる電磁エネルギー w [J/m³] は，次のように表される。

$$\boldsymbol{w=\frac{W}{Al}=\frac{1}{2}\mu H^2} \tag{26}$$

〔例〕 磁界の強さ H が 10^3 [A/m]，比透磁率 μ_r が 1000 であれば，単位体積当たりの磁界に蓄えられる電磁エネルギー w は，
$w=\frac{1}{2}\times4\pi\times10^{-7}\times1000\times(10^3)^2=6.28\times10^2$ [J/m³] である。

磁界の磁束密度を B[T] で表すと，w [J/m³] は次のように表される。

$$\boldsymbol{w=\frac{1}{2}BH=\frac{1}{2}\cdot\frac{B^2}{\mu}} \tag{27}$$

問 24. 図18の磁気回路で，磁束密度 B が 0.4 [T]，比透磁率 μ_r が 500 であるという。単位体積 1 [m³] 当たりの磁界に蓄えられる電磁エネルギーを求めよ。

問 25. 図18の磁気回路で，磁束密度が2倍になれば，単位体積当たりの磁界が蓄える電磁エネルギーは何倍になるか。

(3) 磁気吸引力

図19のように，磁極の近くに鉄板をおくと，鉄板は吸引される。この吸引力の大きさを求めるのに，電磁エネルギーによる方法がある。次に，その方法について調べる。

図 19 で，磁束がある部分の面積を A [m²]，磁束密度を B [T] とし，磁極と鉄板との間の間隔を x [m] とすると，磁界が蓄えている電磁エネルギー W [J] は，次のように表される。

$$W=\frac{1}{2}\cdot\frac{B^2}{\mu_0}Ax \qquad (28)$$

もし，吸引力 F [N] が働いたために鉄板が Δx [m] だけ移動したとし，磁束密度が変化しないものとすると，Δx [m] の空間に蓄えられていたエネルギー ΔW [J] は失われたことになり，これが，吸引力によってなされた仕事に等しいことになる。

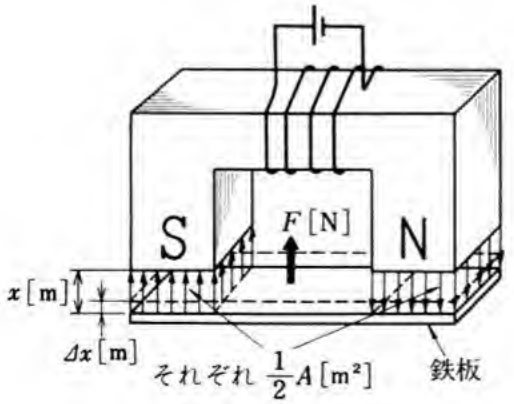
ここで失われたエネルギー ΔW [J] は，(28) から，次のように表される。

$$\Delta W=\frac{1}{2}\cdot\frac{B^2}{\mu_0}A\Delta x \qquad (29)$$

また，吸引力によってなされた仕事 ΔW [J] は，$\Delta W=F\Delta x$ [J] であるから，次の関係がなりたつ。

$$F=\frac{\Delta W}{\Delta x}=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{\mu_0}B^2A \qquad (30)$$

図 19 磁気吸引力



$$F=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{\mu_0}B^2A \quad [\mathrm{N}]$$

磁束がある部分の面積 A [m²]

磁束密度 B [T]

〔例〕 透磁率 μ を $4\pi\times10^{-7}$ [H/m]，磁束密度 B を 0.5 [T]，磁束がある部分の面積 A を 0.4 [m²] とすると，吸引力 F は，
$F=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{4\pi\times10^{-7}}\times0.5^2\times0.4=\frac{10^6}{8\pi}=3.98\times10^4$ [N] である。

なお，単位面積 1 [m²] 当たりの吸引力 f [N/m²] は，(30) から，次のように表される。

$$f=\frac{F}{A}=\frac{1}{2}\cdot\frac{B^2}{\mu_0} \tag{31}$$

問 26. 図 19 に示すように，磁石と鉄板がある。一つの磁極の断面積は 20 [cm²] であり，磁束は 12×10^{-4} [Wb] である。磁気吸引力を求めよ。

問　題

1. 図 20 の輪形コイルについて，次の問いに答えよ。ただし，漏れ磁束はないものとする。

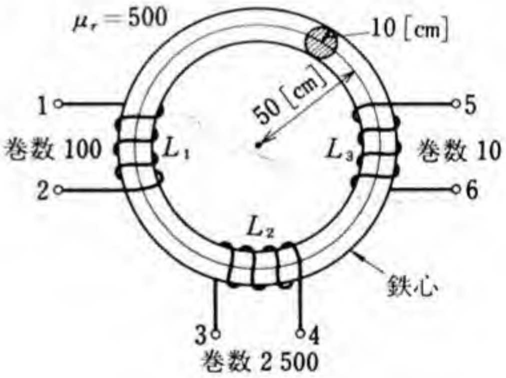


図 20

(1) 鉄心の断面積，磁路の長さ，透磁率はいくらか。

(2) 磁気抵抗はいくらか。

(3) L_1, L_2, L_3 を求めよ。

(4) L_1 と L_2 の間の M_{12}, L_2 と L_3 の間の M_{23}, L_3 と L_1 の間の M_{13} を求めよ。

(5) 端子 2, 3 を接続した場合，1, 4 間の L_{14} を求めよ。

(6) 端子 4, 5 を接続した場合，3, 6 間の L_{36} を求めよ。

(7) 端子 6, 1 を接続した場合，2, 5 間の L_{25} を求めよ。

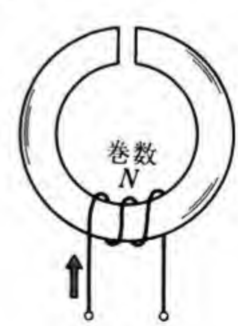


図 21

2. 図21の磁気回路で，矢印の向きの電流が0.1 [ms] に5 [A] 減少したとき，コイルに10 [V] の誘導起電力が発生したという。コイルの自己インダクタンスを求めよ。

3. 図22の磁気回路で，端子2, 3間を接続して，端子1，4間のインダクタンスを測ったら50 [mH] であった。また，端子2, 4間を接続して端子1, 3間のインダクタンスを測ったら2 [mH] であった。各コイルの自己インダクタンス L_1, L_2 および相互インダクタンス M を求めよ。ただし，$L_1=L_2$ とする。

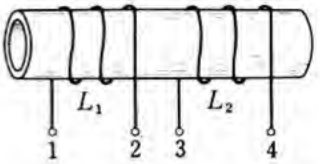


図 22

4. 次の等式の意味を説明せよ。

(1) $W=\dfrac{1}{2}LI^2$　　(2) $w=\dfrac{1}{2}\mu H^2$

5. 図23に示す磁気回路で，磁束密度 B が0.4 [T]，磁路の断面積 A が 10^{-4} [m²]，磁路の長さ l が0.2 [m]，比透磁率 μ_r が500である。この磁気回路全体に蓄えられる電磁エネルギーはいくらか。また，1 [m³] 当たりに蓄えられる電磁エネルギーはいくらか。

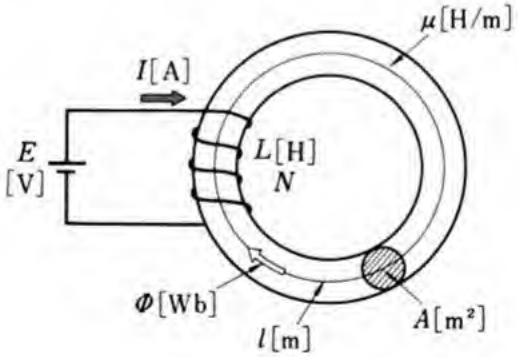


図 23

6. 図20に示すコイル L_1 に10 [A] の電流が流れている。このとき，コイル L_1 の内部の磁界が蓄える電磁エネルギーを求めよ。また，単位体積当たりの磁界が蓄える電磁エネルギーを求めよ。このコイルの鉄心の比透磁率 μ_r は500である。

章末問題

1. x 軸方向に線状導体があり，電流 10 [A] が流れている。xy 平面上で，x 軸方向に対してなす角が $\frac{\pi}{3}$ [rad] の方向に，磁束密度 0.4 [T] の平等磁界が加わっている。磁界中の導線の長さは 30 [cm] である。電流に働く力の大きさと方向を求めよ。

2. 2本の平行な線状導体があって，その間隔は 30 [cm] である。一方の導体には 50 [A]，他方の導体には 10 [A] の電流が同じ方向に流れている。それぞれの導体の単位長さ当たりに働く力の大きさと方向を求めよ。

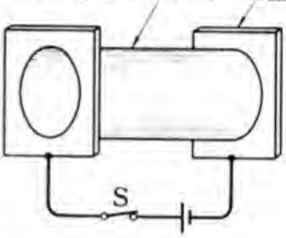


図 1

3. 図1に示すように，円筒状にしたアルミニウムはくに電極がつけてある。スイッチを入れて大きな電流を流すと，アルミニウムはくは，どんな力を受けるか。

4. 磁極間に導線 A が，図2のように紙面と垂直におかれている。導線を矢印の向きに移動するとき，導線 A に生じる起電力の向きは上向きか下向きか。

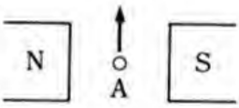


図 2

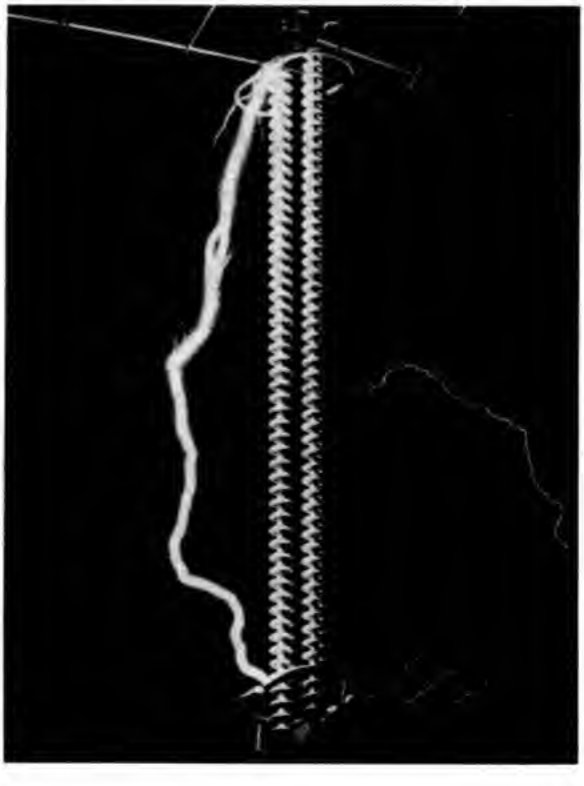
5. 自己インダクタンス $L_1=10$ [mH] と $L_2=30$ [mH] のコイルがあり，L_1, L_2 相互間の相互インダクタンスは $M=15$[mH] である。このコイルを和動接続する場合と，差動接続する場合の全体の自己インダクタンスは，それぞれいくらになるか。

6. 断面積 A が 30[cm^2]，長さ l が 50[cm]，比透磁率が 1000 の磁気回路に電線を巻き，巻数が 300 の輪形コイルを作る。このコイルに 2 [A] の電流を流した。漏れ磁束はないものとすると，この磁気回路の自己インダクタンス L はいくらか。また，この磁気回路に蓄えられた磁気エネルギー W [J] はいくらか。

第3章
静　電　気

これまで，電荷が移動すれば，発熱作用，化学作用が生じ，磁気現象が現れることを学んだ。

この章では，電荷が静止して存在しているときに現れる静電現象について調べ，電位・電界・静電エネルギー・絶縁破壊などについて学ぶ。



電線と鉄塔間の
アーク放電

1 電荷と電界

この節の目標　真空中に電荷が存在すると，そのまわりに，いろいろな静電現象が現れる。この節では，静電現象のあらまし，空間に現れる電界・電位・静電エネルギーなどについて学ぶ。

1. 静電気のあらまし

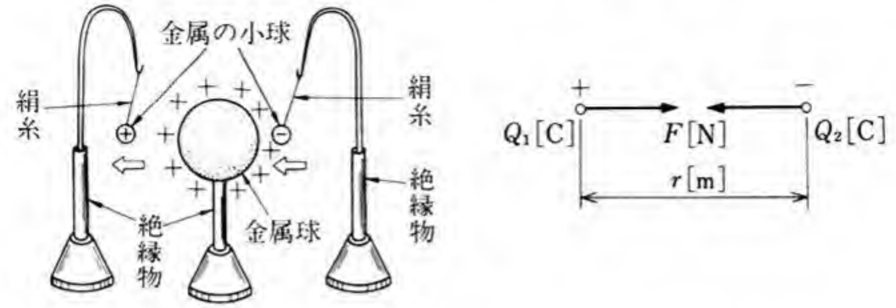
図1のように，ガラス棒を絹布でこすると，ガラス棒には正の電荷が，絹布には負の電荷が生じる。このように，なんらかの原因で物体が電荷を帯びる現象を**帯電現象**という。物体に帯電した電荷は，物体上に静止しているので**静電気** (static electricity) とよばれる。静電気によるいろいろな現象を**静電現象**という。

(1) 静 電 力

何枚も重ねたビニルは，互いに吸着して離れにくかったり，また，化学繊維の衣類を脱ぐときに，くっついたりする。これらは正負の電荷を帯びているために生じる現象で，電荷間に力が働くことを示している。この力を **静電力** (electrostatic force) という。

図1 帯 電 現 象

図2(a)に示すように，正に帯電した金属球を絶縁物の台の上にのせる。これに，糸でつるした金属の軽い小球を正に帯電させて近づけると反発し，負に帯電させて近づけると吸引する。



(a)　(b)

図 2 静　電　力

この実験から，同種の電荷の間には反発力が働き，異種の電荷の間には吸引力が働くことがわかる。

図 2 (b) に示すように，真空中または空気中で r[m] 離れて，Q_1, Q_2[C] の電荷があるとき，これらの間に働く静電力 F[N] は，次のように表される*。

$$\boldsymbol{F}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q_1Q_2}{r^2}=9\times10^9\times\frac{Q_1Q_2}{r^2} \qquad (1)$$

すなわち，「二つの点電荷** の間に働く静電力は，両電荷の積に比例し，距離の 2 乗に反比例する。」この現象はクーロンが発見したもので，静電気に関する**クーロンの法則** (Coulomb's law) とよばれる。この法則は，非常に高い精度でなりたつことが知られている。

問 1. 真空中において，$Q_1=3\times10^{-2}$[C]，$Q_2=12\times10^{-2}$[C] の点電荷が 5 [m] の距離にある。これらの間に働く静電力はいくらか。

---

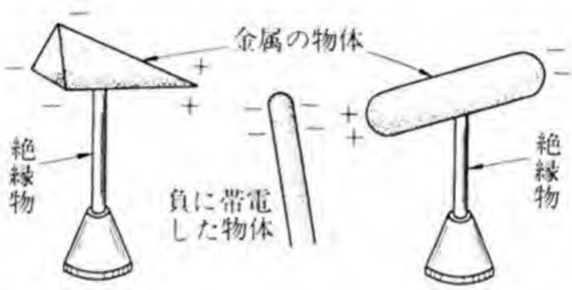
* 比例定数 9×10^9 は，$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}=\frac{1}{4\pi\times\frac{1}{4\pi}\times\frac{1}{9\times10^9}}=9\times10^9$ のようにして，求められる。ε_0 は真空の誘電率である。空間が真空でない場合には，空間を占める物質の誘電率を ε とすれば，(1) の比例定数は $\frac{1}{4\pi\varepsilon}$ となる。誘電率は物質によって異なる。詳しくは 203 ページで学ぶ。ε はギリシア文字でイプシロンと読む。

** 一点に凝縮していると考えられる理想的な電荷を**点電荷**という。

(2) 静電誘導

図3のように，絶縁物の台の上にのせた金属の物体に，負に帯電した物体を近づけると，金属の物体には，負に帯電した物体に近い側に正の電荷が，遠い側に負の電荷が生じる。この現象を**静電誘導** (electrostatic induction) という。両者の間は空気によって絶縁されているので，電荷は移動しないが，これらの間の電位差が大きかったり，距離がきわめて近かったり，空気がしめっていたりすると，

図3 静電誘導



クーロン (Charles Augustin Coulomb 1736～1806)　フランスの物理学者。

初め工兵将校として西インド諸島に行ったが，病気のため帰国し，科学の研究に専心した。フランス革命の後，新しい度量衡制定の仕事に従った。1785年に，きわめて微小な力を精密に測定できるねじりばかりを作って，帯電体の間に働く静電力を測定して静電気学におけるクーロンの法則を確立した。1789年には磁極間に働く磁力についてのクーロンの法則を発見した。

電気量の単位クーロン [C] は，彼の名によっている。

両者の間を電荷が移動することがある。このことを**放電** (discharge) という。

問 2.　静電気は，どんなときに発生するか。例をあげて考えよ。

問 3.　静電誘導によって働く力は，吸引力か，反発力か。

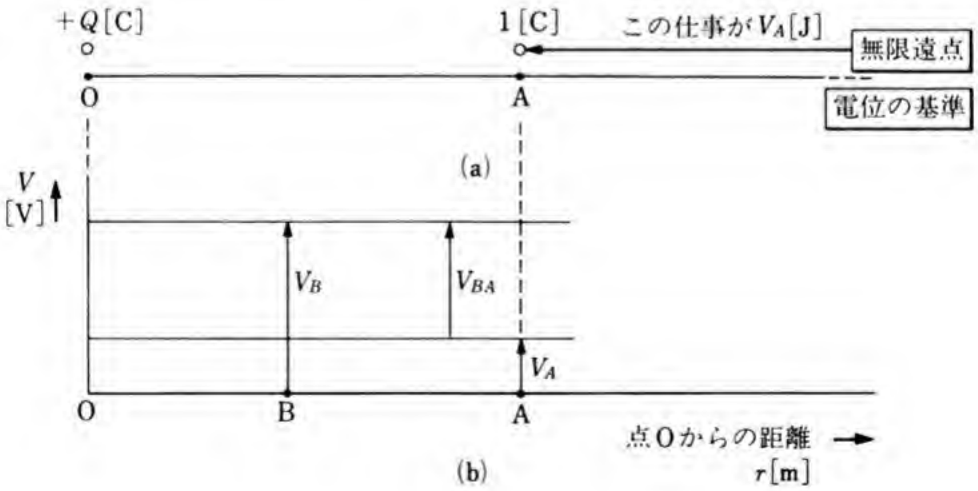
2. 電 位 と 電 界

電荷が存在すると，近くの空間には電位が生じる。ここでは，そのほかに，空間における電位の傾き，電界などについて学ぶ。

(1) 電　　位

正の点電荷 Q [C] が点 O に存在する空間を考える。図 4 (a) に示すように，点 A に正の単位電荷をおいたとき，それがもつ位置エネルギーを点 A の**電位** (electric potential) という。そのとき，電位の基準点を電荷 Q [C] の影響が及ばない無限遠点におく。電位は，そこから点 A まで，正の電荷 1 [C] を静かに移動するのに必要な仕事量に匹敵するエネルギーと定義する。

図 4 電　　位



図(b)に示すように，正の電荷1[C]を点Aから点Bまで移動するのに1[J]の仕事が必要であれば，点Bの電位は点Aより1[J/C]，すなわち1[V]だけ高い。

点Aの電位を V_A[V]，点Bの電位を V_B[V]とすれば，点Bの電位は点Aの電位より V_B-V_A[V]だけ高いという。点Aに対する点Bの電位差 V_{BA}[V]を次のように定義する。

$$V_{BA}=V_B-V_A \qquad (2)$$

第1章では，電位・電位差について一次元で扱ったが，三次元の空間に拡張しても同じことがいえる。

〔例〕 正の電荷1[C]を点Aから点Bまで移動するのに100[J]の仕事が必要であった。点Aの電位 V_A が50[V]であれば，点Bの電位 V_B は，$V_B=50+100=150$[V]である。

(2) 電位の傾きと電界の強さ

図5に示すように，近接した2点A，Bがあり，電位差を $V_{BA}=V_B-V_A=\Delta V$[V]，点Aから点Bまでの変位を Δr[m]とする。$\dfrac{\Delta V}{\Delta r}$[V/m]を**電位の傾き** (electric potential gradient) という。

電位の空間的傾きが $\dfrac{\Delta V}{\Delta r}$[V/m]の点に正の単位電荷1[C]をおくと，電位の傾きと逆向きに，$-\dfrac{\Delta V}{\Delta r}$[N/C]の力が働く。これを**電界の強さ**(intensity of electric field)という。すなわち，電界の強さ E は，次のように表される。

$$E=-\frac{\Delta V}{\Delta r} \qquad (3)$$

－は，電界の強さの向きが，電位の傾きと逆向きであることを

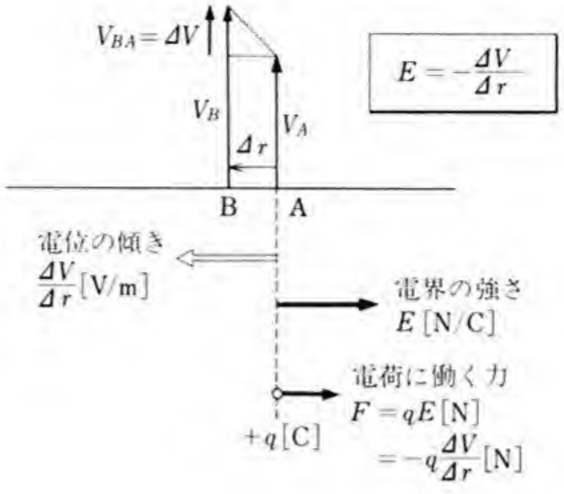


図 5 電位の傾きと電界の強さ

示している。三次元の空間では，電位の傾きはベクトル* で，その大きさは $\left|\frac{\Delta V}{\Delta r}\right|$[V/m]，方向は電位の増加が最大の方向である。電界の強さもベクトルであり，その大きさは E[N/C]，方向は電位の傾きと逆向きである。電界の強さの大きさや方向のことを，単に電界の大きさ，電界の方向ということが多い。(3) は，電位 V が存在すれば，電位の傾き $\frac{\Delta V}{\Delta r}$ が生じ，必然的に電界が生じることを示している。また，電界の大きさ E の単位が [V/m] で表せることも示している。すなわち，1 [N/C]=1 [V/m] である。

(3) 点電荷による電位と電界の強さ

図6に示すように，正の点電荷 Q[C] から r[m] 離れた点 A にある正の単位点電荷 1 [C] に働く力は反発力で，その大きさ F [N/C] は，(1) のクーロンの法則から，次のように表される。

$$F=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \qquad (4)$$

* 直交座標に，位置 (x, y, z) の関数として電位 V を示せば，各位置の電位の傾きはベクトルで，その x 成分は $\frac{\Delta V}{\Delta x}$，$y$ 成分は $\frac{\Delta V}{\Delta y}$，$z$ 成分は $\frac{\Delta V}{\Delta z}$ で表される。

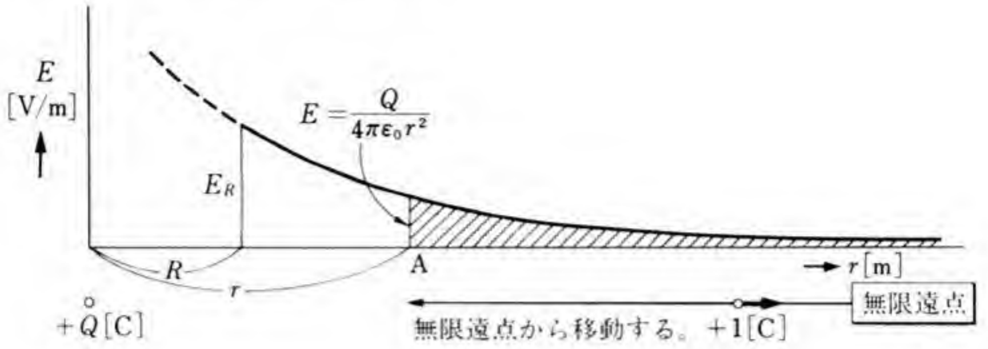


図 6 点電荷による任意の点の電界の強さ

(4) からわかるように，F[N] は，距離 r[m] の2乗に反比例するから，距離が大きくなると急速に小さくなる。

点 A における単位電荷がもつ位置エネルギー，すなわち電位を計算してみよう。電荷 Q[C] の影響が及ばない無限遠点を電位の基準にとる。単位電荷 1[C] をそこから点 A まで移動するのに必要な仕事は，図 6 の斜線の部分の面積で表される。計算によると，その仕事 V[J/C]，および点 A の電位 V[V] は，次のように表される。

$$V=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r} \qquad (5)^*$$

すなわち，点電荷 Q[C] による任意の点の電位 V[V] は，点電荷からの距離 r[m] に反比例する。

問 4. 真空中に点電荷 1[C] がある。その点から 1[m] 離れた点の電位はいくらか。

点電荷 Q[C] から r[m] 離れた点 A の電位 V[V] が (5) で

* 電荷 P を移動するのに必要な仕事とは，電荷 P に働いている力 $\vec{F}$ とつりあう力 $-\vec{F}$ を電荷 P に加え，その力がする仕事のことである。

$$V=\int_\infty^r(-F)dr=\int_\infty^r\frac{-Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}dr=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\int_\infty^r\frac{-1}{r^2}dr=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{1}{r}\right]_\infty^r=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

与えられた。これと(3)を使って，点Aの電界の大きさ E[V/m]を求めてみよう。

$$E=-\frac{\Delta V}{\Delta r}=-\frac{\left\{\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0(r+\Delta r)}-\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}\right\}}{\Delta r}$$

$$=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\left(\dfrac{1}{r}-\dfrac{1}{r+\Delta r}\right)}{\Delta r}$$

$$=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{1}{r(r+\Delta r)}$$

Δr を限りなく0に近づければ，$\dfrac{1}{r(r+\Delta r)}$ は限りなく $\dfrac{1}{r^2}$ に近づくから，

$$E=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \qquad (6)$$

が得られる。電界の強さは，距離 r [m] の2乗に反比例するから，距離が大きくなると，急速に小さくなる。これはクーロンの法則にほかならない。

(6)で表される電界におかれた点電荷 q [C] に働く力 F [N] は，次のように表される。

$$F=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Qq}{r^2}=qE \qquad (7)$$

〔例〕 電荷1[C]に働く力が10[N]であれば，その点の電界の大きさは10[N/C]，すなわち10[V/m]である。また，電荷10[mC]に働く力が10[N]であれば，その点の電界の大きさは，$\dfrac{10\,[\mathrm{N}]}{0.01\,[\mathrm{C}]}=1000\,[\mathrm{N/C}]=1000\,[\mathrm{V/m}]$ である。

問 5. 電荷1[mC]に30[N]の力が働く点の電界の大きさを求めよ。

問 6. 真空中に1[C]の点電荷がある。そこから1[m]離れた点の電界の大きさを求めよ。

(4) 電気力線と等電位面

電界の状態を図に示し，一見してわかるように工夫したものに電気力線がある。また，電位の状態は，等電位面で表すことによって，理解しやすくなる。

電気力線 (line of electric force) には，次の性質がある。

電気力線の性質

① 任意の点における電気力線の接線の方向は，その点の電界の方向である。

② 任意の点における電気力線の密度は，その点の電界の大きさを表す。1 [本/m²] の密度は，1 [V/m] の電界の大きさを表す。

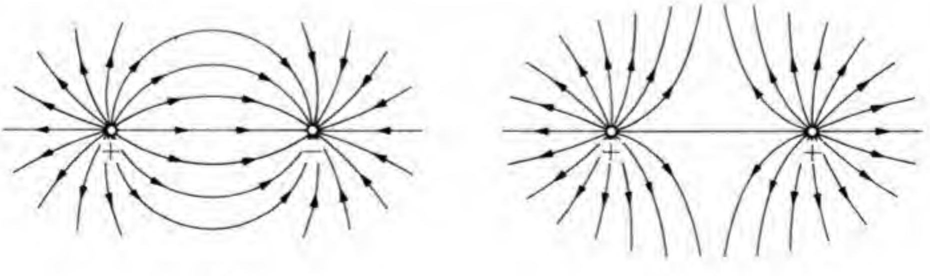
③ 電気力線は互いに交わらない。

④ 電気力線は，ゴムひものように，つねに縮もうとし，また互いに反発する。

⑤ 電気力線は，正の電荷から出て，負の電荷で終わる。正の電荷 Q [C] から $\dfrac{Q}{\varepsilon}$ 本の電気力線が出，負の電荷 $-Q$ [C]へ $\dfrac{Q}{\varepsilon}$ 本の電気力線が入る。

⑥ 導体に電流が流れていないときには，電気力線は，導体の表面に垂直に出入りし，導体の内部には存在しない。

図7 電 気 力 線



(a) (b)

図7は，点電荷による電気力線の例である。

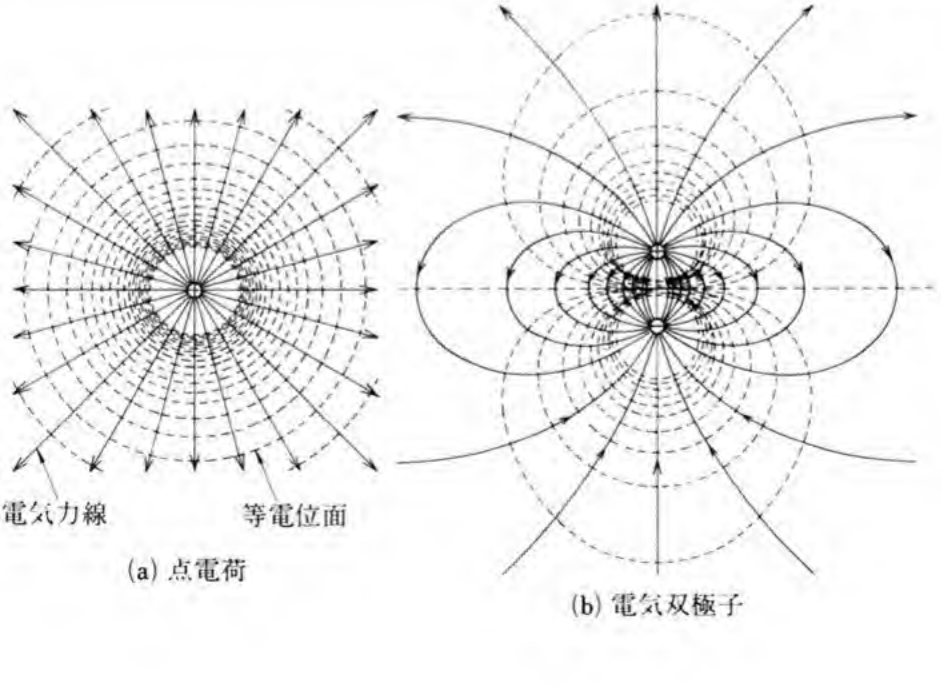
電位が等しい曲面は，**等電位面**（equipotential surface）とよばれる。等電位面は，電気力線と垂直に交わる。なぜならば，もし垂直でなければ，その面に沿って電位の傾きがあり，電界の強さの成分が存在するからである。

図8(a)は，正の点電荷の電気力線と等電位面を示したものである。この場合，等電位面は，点電荷を中心とする球面である。

等電位面は，地形図の等高線になぞらえることができる。等高線の間隔が詰まっているほど，斜面のこう配が急である。同様に等電位面の間隔が詰まっているほど電位の傾きが大きい。

等量の正負の点電荷が互いに接近して存在しているものを**電気双極子**（electric dipole）という。図(b)は，電気双極子の電気力線と等電位面を正負の電荷を含む平面で切って，その切り口を示したものである。

図 8　電気力線と等電位面



(a) 点電荷　(b) 電気双極子

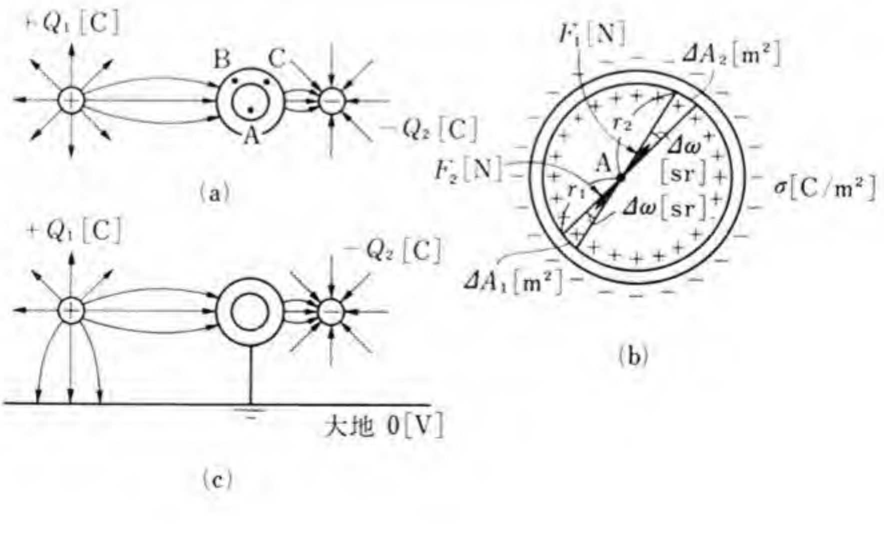
(5) 静電しゃへい

図9 (a)に示すように，電界中に中空の球状導体がおいてある。この導体の電位と，中空部分の任意の点Aの電位について考える。この導体の内部，すなわち殻の部分では，もし任意の2点B, C間に電位差があれば，電荷が直ちに移動し，等電位になるはずである。したがって，導体の内部では，各点の電位が等しく，電気力線は導体の表面に垂直に出入りする。この導体は，外部の電界によって定まる電位をもっている。

次に，この導体の中空部分に電荷がないとして，その部分の任意の点Aの電位について考える。この導体は，外部の電界によって定まる電位をもっており，図(b)に示すように，電荷が一様な面密度 σ [C/m²] で分布している。点Aに正の単位電荷をおくと，導体の電荷から力を受ける。その力を求めてみよう。

点Aにおいて任意の微小な立体角 $\Delta\omega$ [sr] に含まれる導体部分の面積 ΔA_1 [m²] に存在する電荷は $\sigma\Delta A_1$ [C] である。点Aから ΔA_1 までの距離を r_1 [m] とすれば，点Aの電荷が ΔA_1 に存在す

図9 静電しゃへい



る電荷から受ける力 F_1 [N] は，クーロンの法則から，

$$F_1=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\sigma\varDelta A_1}{r_1{}^2}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sigma\varDelta\omega$$

である。また，点 A において，上記と逆向きにとった同じ大きさの立体角 $\varDelta\omega$ [sr] に含まれる導体部分の面積 $\varDelta A_2$ [m^2] に存在する電荷は $\sigma\varDelta A_2$ [C] である。点 A から $\varDelta A_2$ までの距離を r_2 [m] とすれば，点 A の電荷が $\varDelta A_2$ に存在する電荷から受ける力 F_2 [N] は，クーロンの法則から，

$$F_2=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\sigma\varDelta A_2}{r_2{}^2}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sigma\varDelta\omega$$

である。この 2 力は，大きさが等しく向きが逆である。

このことは，どの方向に $\varDelta\omega$ をとってもなりたつから，点 A においた正の単位電荷が導体全体の電荷から受ける力は 0 [N] である。したがって，点 A には電界が存在しないので，この中空部分の電位は，導体自身の電位に等しい。

図 (a) において，もし外部の電荷 Q_1, Q_2 [C] の値が変化すると，この導体の電位は変化する。それに従って，点 A の電位も変化する。

図 (c) に示すように，この導体を接地すれば，球状導体の電位は，後で学ぶように，地球の静電容量が大きいため，大地の電位に固定される。したがって，中空部分の電位は変化しない。

この性質を利用して，外部の電界の影響を除くために，金属導体や金属網で囲むことを**静電しゃへい** (electrostatic shielding) という。

(6) 電束と電気力線

電気力線は，正の電荷 Q [C] から $\dfrac{Q}{\varepsilon}$ 本出る仮想的な作用線である。この性質は，空間の物質の ε によって，作用線の本数が変わることを意味する。

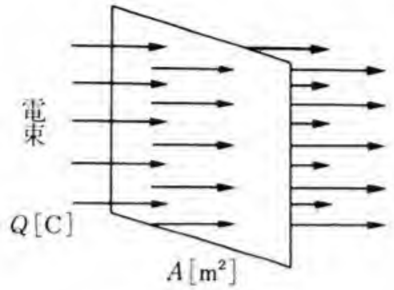


図10 電束と電束密度

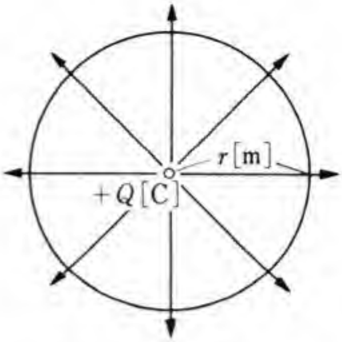


図11 電束密度

空間の物質の ε が変わっても，本数が変わらない作用線として，**電束**（electric flux）とよばれる作用線が使われる。電束は，ε 本の電気力線を1本と考えた作用線である。したがって，Q[C] の電荷から Q 本の電束が出ると考える。電束の単位には [C] が使われるので，電束の作用線1本は，電束1[C] を表す。

電束に垂直な面1[m²] を貫く電束を**電束密度**(electric flux density)といい，単位として [C/m²] が使われる。

図10に示すように，電束に垂直な面 A[m²] を電束 Q[C] が貫いているとき，その点の電束密度 D[C/m²] は，次のように表される。

$$D=\frac{Q}{A} \qquad (8)$$

図11に示すように，正の電荷 Q[C] から r[m] 離れた点の電束密度 D[C/m²] は，半径 r[m] の球の表面積が $4\pi r^2$[m²] だから，次のように表される。

$$D=\frac{Q}{4\pi r^2} \qquad (9)$$

また，(6) と (9) から，電束密度 D[C/m²] と電界の強さ E[V/m] の間には，次の関係がある。

$$D=\varepsilon_0 E \qquad (10)$$

この関係は，真空中の場合であって，一般の物質では，物質の誘電率が ε であれば，次のように表される。

$$D=\varepsilon E \tag{11}$$

3. 静電容量と静電エネルギー

球状の導体に電荷を与えたときの導体の電位，蓄えられる静電エネルギーについて学ぶ。

(1) 静 電 容 量

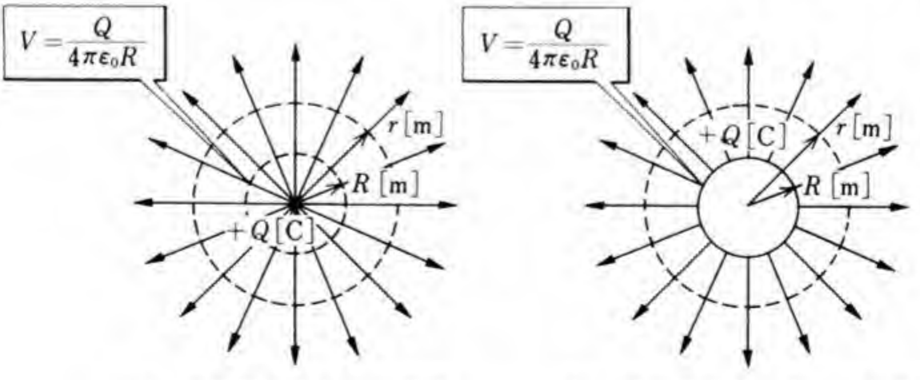
正の点電荷 Q[C] から R[m] 離れた点の電位 V[V] は，(5) から次のように求められる。

$$V=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R} \tag{12}$$

その等電位面は，点電荷を中心とした半径 R[m] の球面である。また，点電荷から $\dfrac{Q}{\varepsilon_0}$ 本の電気力線が放射状に出ている。図 12 (a) はこの電界のようすを示している。

次に，半径 R[m] の球状の導体に正の電荷 Q[C] を与えると，

図 12 点電荷と球状の導体のまわりの電界



(a) 点電荷のまわりの電界　(b) 球状の導体のまわりの電界

この球の表面は等電位面となる。また，この表面から $\frac{Q}{\varepsilon_0}$ 本の電気力線が垂直に出ている。図(b)はこの電界のようすを示している。

図(a)，(b)の電界を比べると，半径 R [m] の球面の内部を除いて，どちらの電界もまったく等しくなっている。したがって，図(b)に示す半径 R [m] の球状の導体の電位は，(12) で表される。

(12) から，球状の導体の表面の電位 V [V] は，電荷 Q [C] に比例し，半径 R [m] に反比例している。

一般に，Q [C] と V [V] の比，すなわち $\frac{Q}{V}$ [C/V] を**静電容量** (electrostatic capacity) という。球状の導体の静電容量 C は，次のように表される。

$$C=\frac{Q}{V}=4\pi\varepsilon_0 R \qquad (13)$$

静電容量の単位には，**ファラド** (farad，単位記号 F) が使われる。1 [F] は，電荷 1 [C] を与えたときに 1 [V] の電位が生じる静電容量である。静電容量の単位の 1 [F] は，実用上大きすぎるので，マイクロファラド [μF]，ピコファラド [pF] がよく使われる。

これらの関係を表 1 に示す。

表 1 静電容量の単位

単 位	単 位 の 関 係
F	
μF	$1\,[\mu F]=\frac{1}{1\,000\,000}[F]=10^{-6}[F]$
pF	$1\,[pF]=\frac{1}{1\,000\,000\,000\,000}[F]=10^{-12}[F]$

問 7. 半径 1 [m] の球状の導体がある。その静電容量はいくらか。

問 8. 地球の半径は約 6 400 [km] である。地球の静電容量はいくらか。

(2) 静電エネルギー

半径 R [m] の球状の導体が Q [C] の電荷を蓄えている。この電荷は導体のまわりに電界を作っている。この電界が蓄えているエネルギーを計算してみよう。Q [C] の電荷は微小な正の電荷の集まりで，それぞれの電荷の間には反発力が働いている。導体に Q [C] の電荷を蓄えるためには，その反発力に逆らって仕事をしてやらなければならない。その仕事は，微小な電荷を順に無限遠点から導体まで移動するのに必要な仕事を，電荷が Q [C] になるまで加え合わせたものである。また，この仕事はエネルギーとして電界に蓄えられる。この仕事は，静電力とつりあう力がするので，このエネルギーを**静電エネルギー** (electrostatic energy) という。

電荷 Q [C] を微小な電荷 ΔQ [C] ずつに分け，それらを順に無限遠点から導体表面まで移動するために必要な仕事 ΔW_i [J] を計算し，移動する前の導体の電荷，導体の電位とともに次の表に書き込み，ΔW_i [J] を合計することによって，半径 R [m] の球状の導体に電荷 Q [C] を蓄える仕事 W [J] を求める。

i	導体の電荷 [C]	導体の電位 [V]	仕事 ΔW_i [J]
1回目	0	0	$\Delta W_1=0$
2回目	ΔQ	$\dfrac{\Delta Q}{4\pi\varepsilon_0 R}$	$\Delta W_2=\dfrac{(\Delta Q)^2}{4\pi\varepsilon_0 R}$
3回目	$2\Delta Q$	$\dfrac{2\Delta Q}{4\pi\varepsilon_0 R}$	$\Delta W_3=\dfrac{2(\Delta Q)^2}{4\pi\varepsilon_0 R}$
4回目	$3\Delta Q$	$\dfrac{3\Delta Q}{4\pi\varepsilon_0 R}$	$\Delta W_4=\dfrac{3(\Delta Q)^2}{4\pi\varepsilon_0 R}$
⋮	⋮	⋮	⋮
n回目	$(n-1)\Delta Q$ $n\Delta Q=Q$	$\dfrac{(n-1)\Delta Q}{4\pi\varepsilon_0 R}$	$\Delta W_n=\dfrac{(n-1)(\Delta Q)^2}{4\pi\varepsilon_0 R}$

$n\varDelta Q=Q$ [C] とすれば，必要な仕事 W [J] は，次のようにして求められる。

$$W=\varDelta W_1+\varDelta W_2+\cdots\cdots+\varDelta W_n$$
$$=\frac{(\varDelta Q)^2}{4\pi\varepsilon_0 R}\{0+1+\cdots\cdots+(n-1)\}$$
$$=\frac{(\varDelta Q)^2}{4\pi\varepsilon_0 R}\frac{n(n-1)}{2}$$
$$=\frac{1}{2}QV\left(1-\frac{1}{n}\right)$$

n を無限に大きくすれば，$1-\dfrac{1}{n}$ は限りなく1に近づくから，

$$W=\frac{1}{2}QV=\frac{1}{2}CV^2 \qquad (14)^*$$

が得られる。

問 9. 静電容量が0.001 [F] の導体に1 [V] の電位が生じている。導体に蓄えられている電荷はいくらか。また，このときの静電エネルギーはいくらか。

問　　題

1. 真空中に，1 [C] の電荷が2個，1 [m] 離れておかれている。その間に働く力はいくらか。

2. 真空中に点電荷がある。その点から10 [m] 離れた点の電界の強さが100 [V/m] であった。点電荷 Q [C] はいくらか。

3. 真空中に点電荷がある。その点から10 [m] 離れた点の電位が100 [V] であった。点電荷 Q [C] はいくらか。

4. 平等電界において，電界に沿って2 [m] 離れた点 A, B の電位差 V_{AB}

---

* $W=\int_0^Q VdQ=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0 R}\int_0^Q QdQ=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0 R}\frac{Q^2}{2}=\frac{1}{2}QV$

が 100 [V] であった。電界の強さを求めよ。

5. 球状の導体 A, B がある。B の直径は A の 2 倍である。B の静電容量は A の何倍か。

6. 球状の導体がある。電荷 0.001 [C] をもっており，電位は 1 [V] であった。導体の静電容量および，電界に蓄えられている静電エネルギーはいくらか。

2 コンデンサとその接続

この節の目標　電気回路を構成する場合，いろいろな静電容量をもつ素子が必要である。静電容量をもつ素子がコンデンサである。

この節では，コンデンサの種類や，コンデンサを接続して使うときの合成静電容量について学ぶ。

1. コンデンサ

図1に示すように，絶縁物をへだてて金属板を平行においたコンデンサを**平行板コンデンサ**(parallel-plate condenser)という。金属板としては，アルミニウム板，アルミニウムはく，すずはくなどが使われ，絶縁物としては，空気，雲母(mica)，絶縁紙，電解液を含む酸化被膜などが使われる。

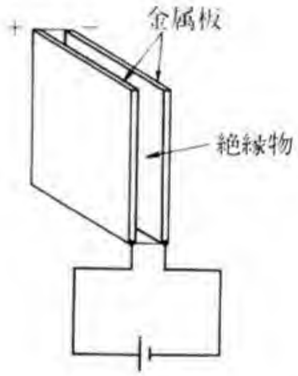


図1　平行板コンデンサ

(1) 平行板コンデンサの静電容量

図2(a)に示すように，面積 $A\,[\mathrm{m^2}]$ の電極板①，②を $l\,[\mathrm{m}]$ へだてておき，電極板の間に，誘電率 ε の絶縁物を挿入している場合について考える。電極板の縦・横の寸法は，その間隔に比べて十分大きいものとする。

電極板①，②の間に，電圧 $V\,[\mathrm{V}]$ を加えると，①の電子は電源の＋端子に集められ，電源の－端子からは②に電子が与えられ

るので，①には $+Q$[C]，②には $-Q$[C] の電荷が生じる。

電極板①，②間に，電圧 V[V] を加えると，電荷 Q[C] が蓄えられるので，この平行板コンデンサの静電容量 C[F] は，次のように表される。

$$C=\frac{Q}{V} \qquad (1)$$

電極板は金属でできているので，電極板①の板面内の各点はすべて等電位であり，電極板②についても同様である。また，電極板の寸法は，間隔に比べて十分大きいので，板面上には電荷が一様に分布し，絶縁物内部の電束密度は一様になる。この電束密度 D [C/m²] は，次のように表される。

$$D=\frac{Q}{A} \qquad (2)$$

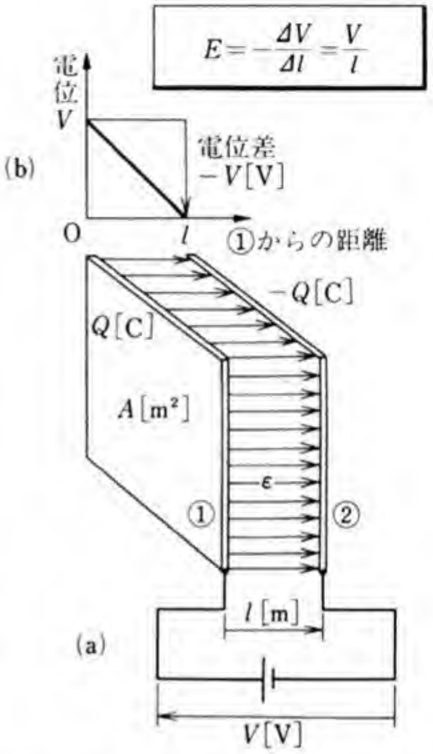


図 2　平行板コンデンサの静電容量

また，電極板の間隔は l[m]，両電極板間の電位差は V[V] で，等電位面は電極板に平行している。電位の傾き $\frac{\Delta V}{\Delta r}$ は，図(b)に示すようになり，$\frac{\Delta V}{\Delta r}=\frac{-V}{l}$ [V/m] である。したがって，ここの電界の強さ E[V/m] は，次のように表される。

$$E=-\frac{\Delta V}{\Delta r}=\frac{V}{l} \qquad (3)$$

(1)，(2)，(3) と 195 ページの (11) から，このコンデンサの静電容量 C[F] は，次のように表される。

$$C=\varepsilon\frac{A}{l} \qquad (4)$$

次に，誘電率 ε の単位について考えるため，（4）を変形すると，次の等式が得られる。

$$\varepsilon=\frac{l}{A}C\left[\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{m}^2}\mathrm{F}\right]=\frac{l}{A}C\,[\mathrm{F/m}] \qquad (5)$$

（5）からわかるように，電極板の面積 $A\,[\mathrm{m}^2]$，電極板の間隔 $l\,[\mathrm{m}]$，静電容量 $C\,[\mathrm{F}]$ がわかれば，誘電率 $\varepsilon\,[\mathrm{F/m}]$ を求めることができる。誘電率は，絶縁物の種類によって異なる。

問 1. 静電容量0.01 [μF] のコンデンサに，電圧100 [V] を加えた。このコンデンサに蓄えられる電荷はいくらか。

問 2. 平行板コンデンサの面積を2倍にしたら，静電容量は何倍になるか。

問 3. 平行板コンデンサの電極板の間隔を $\frac{1}{2}$ にしたら，静電容量は何倍になるか。

問 4. 図3において，図(a)と図(b)の静電容量が等しいという。A と A' の大きさはどんな関係にあるか。

問 5. 図4において，図(a)と図(b)の静電容量が等しいとき，l と l' の大きさはどんな関係にあるか。

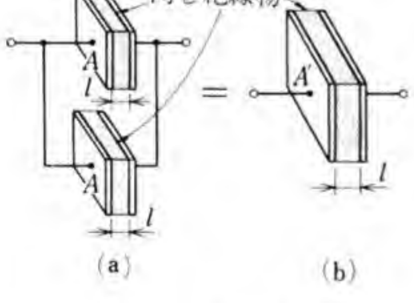


図 3

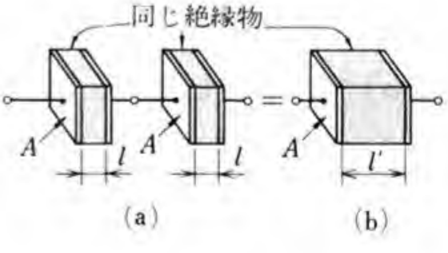


図 4

(2) 比誘電率

平行板コンデンサの電極板間に入れる絶縁物の種類を変えると，静電容量の値が変わることを実験で調べることができる。

ところで，絶縁物を取り去って真空にした場合，その静電容量を調べると0ではなく，ある値をもつ。それから，真空の誘電率は0ではなく，ある値をもつことがわかる。

真空の誘電率を求めた結果，約 8.85×10^{-12} [F/m]* の値をもつことがわかっている。これを**真空の誘電率**といい，ε_0 [F/m] で表す。

いろいろな絶縁材料について，その誘電率 ε を調べると，ε_0 よりは大きい。その値 ε [F/m] と真空の誘電率 ε_0 [F/m] との比をその絶縁材料の**比誘電率**といい，ε_r で表す。したがって，ε と ε_0, ε_r の関係は，次のように表される。

$$\varepsilon=\varepsilon_0\varepsilon_r \qquad (6)$$

また，比誘電率が1のときの静電容量を C_0 [F] とすれば，比誘電率が ε_r のときの静電容量 C [F] は，次のように表される。

$$C=\varepsilon_r C_0 \qquad (7)$$

表1は，いろいろな絶縁材料の比誘電率 ε_r を示したものである。

表1 いろいろな絶縁材料の比誘電率 ε_r

材料	ε_r	材料	ε_r	材料	ε_r
パラフィン	2.1~2.5	陶器	5.7~6.8	フェノール樹脂	4.5~5.5
ガラス	5.4~9.9	セラック	2.9~3.7	水	81
雲母	2.5~6.6	エボナイト	2.8	酸化チタン	83~183
紙	2.0~2.6	セレン	6.1~7.4		

（電気学会編「電気工学ハンドブック（1978)」による）

* 正確には，$(8.85418782\pm0.00000007)\times10^{-12}$ [F/m] である。

問 6. $C=\varepsilon\dfrac{A}{l}$ から考えて，電極板の面積 A と電極板の間隔 l が同じであれば，比誘電率 ε_r が2のものと，6のものを比べると，静電容量はどちらが大きいか。また，それは小さい方の何倍か。

問 7. 図5のような形状の絶縁材料について，静電容量を測定したら，表2のようになったという。各材料の ε_r を計算せよ。

問 8. 同じ絶縁材料，同じ面積の電極板を使用する場合，絶縁物の厚さは薄いほど静電容量が大きくなる。厚さをあまり薄くすると，どのような問題が生じるか。

表 2 いろいろな絶縁材料の測定結果の例

材　　料	l[cm]	D[mm]	C[pF]	ε_r
ポリふっ化エチレン	0.33	40	6	
ポリエチレン	0.171	40	12.5	
雲母	0.036	40	200	
ポリスチレン	0.672	40	3.5	
ステアタイト磁器	0.596	40	8	
ポリエステル積層板	0.631	40	7.2	
アクリル樹脂	0.216	40	13.3	
メラミン樹脂	0.205	40	19	

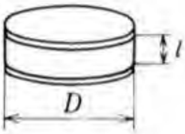


図 5

問 9. 真空の誘電率を ε_0，透磁率を μ_0 とすれば，$\dfrac{1}{\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}}=c$ となることを確かめよ。c は真空中の光の速さで，$c=3.00\times10^8$[m/s] である。

（3） コンデンサの性質

コンデンサに電圧を加えると，電極板に電荷が蓄えられるが，電極板間に加える電圧を 0 [V] からしだいに高くしていくと，ある電圧になると放電してしまう。これを**絶縁破壊**(dielectric breakdown)という。絶縁破壊すると，コンデンサは導通状態となって，電荷を蓄えることができなくなる。

実際の電気回路にコンデンサを使用する場合には，コンデンサに

示されている使用に耐える電圧，すなわち**耐電圧**の値を調べて使う必要がある。耐電圧は，絶縁破壊を生じるおそれがある電圧より，低い値に定められている。

（4） コンデンサの種類と構造

電極間に挿入した絶縁物の種類によって，コンデンサは，空気コンデンサ・マイカコンデンサ・紙コンデンサ・電解コンデンサなどに分けられる。

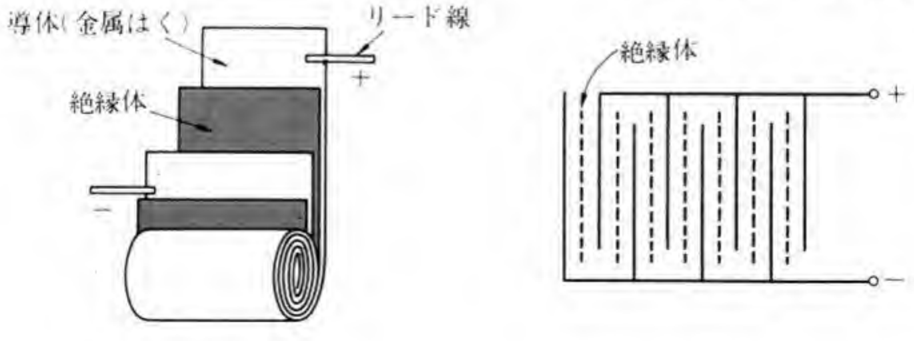
小形で静電容量の大きなコンデンサを作るために，ε の大きな絶縁材料を使う。また，図6のように，電極の対向面積を大きくしたり，間隔を小さくする工夫がなされている。図(a)では，多数の金属はくと絶縁紙を重ねて丸めたり，図(b)では，多数の金属板を平行に並べ，1枚おきに交互に接続している。高い電圧が加わる回路で使用するコンデンサには，マイカのように薄くても高い電圧に耐えられる材料が使われている。

問 10. 身近にあるコンデンサを分解して，その構造を調べてみよ。

問 11. 紙コンデンサ・電解コンデンサ・マイカコンデンサの二，三の例について，耐電圧と静電容量を調べよ。

問 12. 空気コンデンサの例をあげよ。

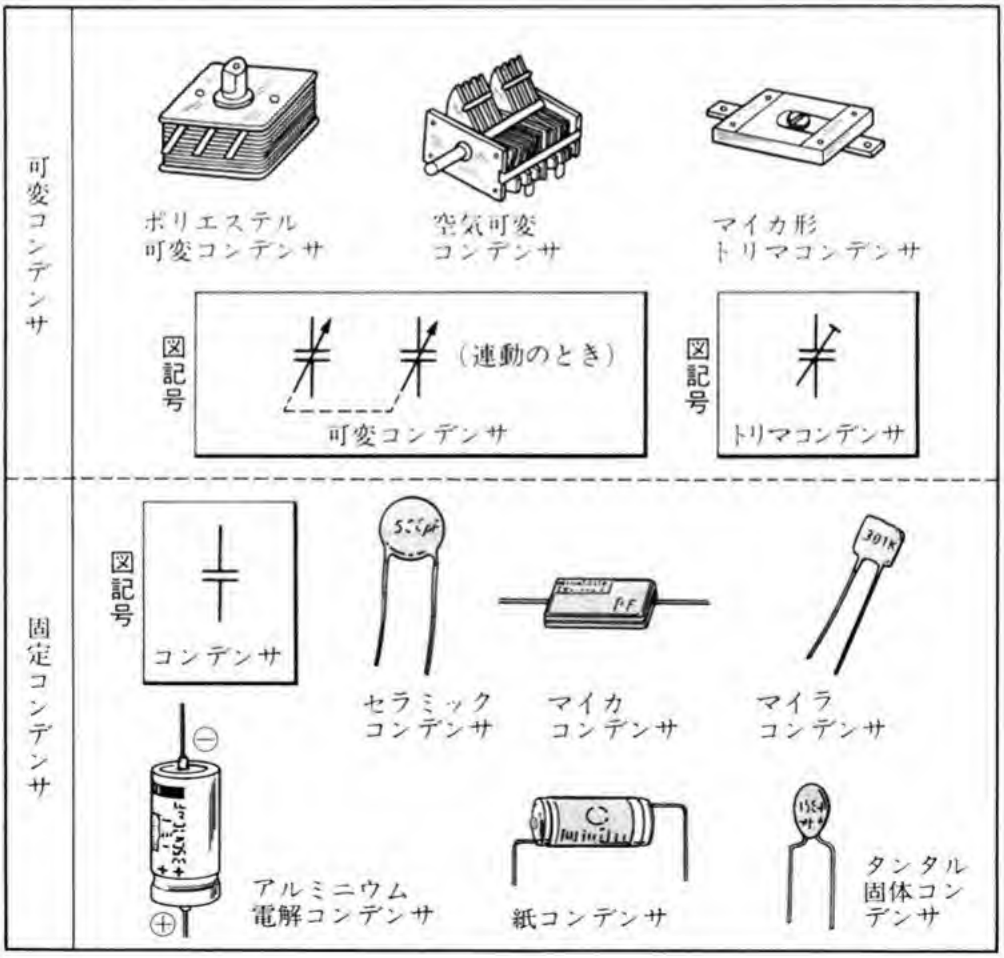
図 6 コンデンサの構造例



(a) (b)

静電容量が一定のコンデンサを**固定コンデンサ** (fixed capacitor) といい，静電容量を変えることができるコンデンサを**可変コンデンサ** (variable capacitor) という。図7に示すポリエステル可変コンデンサや空気可変コンデンサは，絶縁物がそれぞれポリエステル，空気で，軸を回すと電極板の対向面積が連続的に変わり，静電容量が変化する。マイカ形トリマコンデンサは，絶縁物がマイカすなわち雲母で，ねじを回すと電極板の間隔が変わり，静電容量が変化する。一般に使われているコンデンサの静電容量は，数 [pF] のものから数千 [μF] のものまである。

図 7　コンデンサの種類



2. コンデンサの接続

抵抗の接続方法に，直列接続と並列接続とがあったように，コンデンサの接続方法にも，直列接続と並列接続とがある。

ここでは，二つ以上のコンデンサを接続した場合の合成静電容量，コンデンサに生じる電位差，蓄えられる電荷などについて調べる。

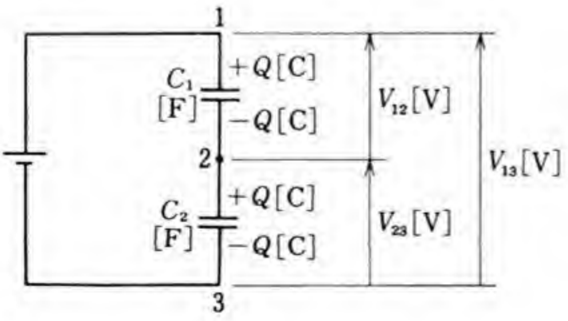
(1) コンデンサの直列接続

静電容量が C_1, C_2 [F] のコンデンサを直列に接続する場合の合成静電容量を求めてみよう。

図8に示すように，コンデンサ全体に電位差 V_{13} [V] が生じると，コンデンサ C_1 の上部の電極には $+Q$ [C] の電荷が与えられ，C_1 の下部の電極には，$-Q$ [C] が与えられる。そのとき，コンデンサ C_2 の上部の電極には，$-Q$ [C] と等量で，異種の電荷 $+Q$ [C] が現れ，下部の電極には $-Q$ [C] の電荷が現れる。このように，金属体の一方に任意の電荷が与えられると，他方の電極には，それと等量で，異種の電荷が現れる。この現象は，前に調べた静電誘導によるものである。

このとき，コンデンサ C_1, C_2 に生じる電位差をそれぞれ V_{12}, V_{23} [V] とすると，次の関係がなりたつ。

図 8 コンデンサの直列接続



合成静電容量

$$C=\frac{1}{\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}}$$

$$V_{12}=\frac{Q}{C_1},\qquad V_{23}=\frac{Q}{C_2} \tag{8}$$

電位差 V_{12}, V_{23} [V] の和は，全体に生じる電位差 V_{13} [V] に等しいことから，次の関係がなりたつ。

$$V_{13}=V_{12}+V_{23}=\frac{Q}{C_1}+\frac{Q}{C_2}=Q\left(\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}\right)$$

ここで，Q と V_{13} の比をとると，

$$\frac{Q}{V_{13}}=\frac{1}{\dfrac{1}{C_1}+\dfrac{1}{C_2}}=C \tag{9}$$

（9）において，V_{13} [V] は全体に生じる電位差であり，Q [C] は全体に蓄えられる電荷であり，$\dfrac{Q}{V_{13}}=C$ [F] は，この回路全体の静電容量である。この C [F] を**合成静電容量**という。

〔**例**〕 コンデンサの静電容量が $C_1=2$[μF]，$C_2=3$[μF] であれば，直列接続における合成静電容量 C は，

$$C=\frac{1}{\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{3}}=\frac{2\times3}{2+3}=\frac{6}{5}=1.2\ [\mu\mathrm{F}]$$

である。

直列接続における電圧の分担　（8）から，静電容量が C_1, C_2 [F] のコンデンサのそれぞれの両端に生じる電位差 V_{12}, V_{23} [V] の比は，次のように表される。

$$V_{12}:V_{23}=\frac{1}{C_1}:\frac{1}{C_2} \tag{10}$$

(10) は，コンデンサの両端に生じる電位差の比と，静電容量の逆数の比とが等しいことを示している。したがって，コンデンサに生じる電位差は，静電容量の大きい方に小さな電位差が，小さい方に大きな電位差が生じる。

次に，全体に生じる電位差 V_{13} [V] から，それぞれのコンデンサの両端に生じる電位差 V_{12}, V_{23} [V] を求めると，次のように表される。

$$\left.\begin{aligned} V_{12}&=\frac{Q}{C_1}=\frac{CV_{13}}{C_1}=\frac{C}{C_1}V_{13}, \\ V_{23}&=\frac{C}{C_2}V_{13} \end{aligned}\right\} \qquad (11)$$

〔例〕 直列に接続した二つのコンデンサの静電容量が，それぞれ $C_1=2$ [μF], $C_2=3$ [μF] であり，全体に生じる電位差 V_{13} が 30 [V] であれば，それぞれのコンデンサの両端に生じる電位差 V_{12}, V_{23} はいくらか。前の例から，C_1, C_2 の合成静電容量 C は 1.2 [μF] であることがわかっているから，(11) を使って求めると，

$$V_{12}=\frac{1.2}{2}\times30=18\ [\mathrm{V}], \qquad V_{23}=\frac{1.2}{3}\times30=12\ [\mathrm{V}]$$

である。

問 13. 静電容量が，それぞれ C_1, C_2[F] のコンデンサを直列に接続した回路の合成静電容量 C[F] は，$C=\dfrac{C_1C_2}{C_1+C_2}$ であることを確かめよ。

問 14. 静電容量が，それぞれ C_1, C_2, C_3[F] のコンデンサを直列に接続した回路の合成静電容量を求めよ。

問 15. 図 9 の回路において，C_1, C_2, C_3 のそれぞれに生じる電位差 V_{12}, V_{23}, V_{34} はいくらか。合成静電容量はいくらか。また，全体に蓄えられる電荷はいくらか。

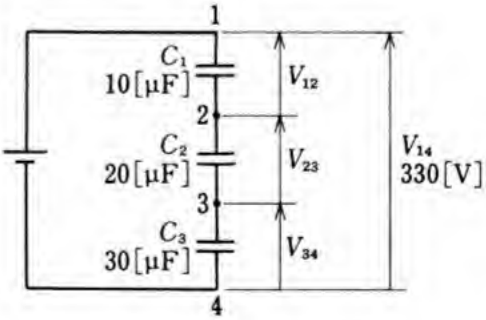


図 9

(2) コンデンサの並列接続

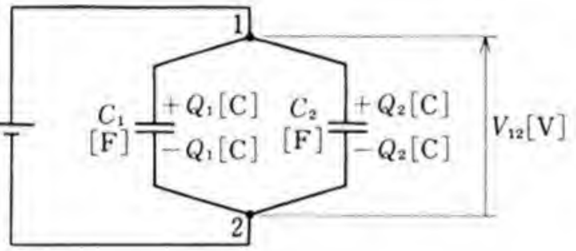
図10のように，静電容量が C_1, C_2 [F] のコンデンサを並列に接続する場合の合成静電容量を求めてみよう。

それぞれのコンデンサには同じ電位差 V_{12} [V] が生じている。C_1 の電荷を Q_1 [C]，C_2 の電荷を Q_2 [C] とすると，次の関係がなりたつ。

$$Q_1 = C_1 V_{12}, \quad Q_2 = C_2 V_{12} \tag{12}$$

(12) からわかるように，それぞれのコンデンサに蓄えられる電荷は，それぞれの静電容量に比例する。

図 10　コンデンサの並列接続



合成静電容量
$C = C_1 + C_2$

〔例〕 並列に接続した二つのコンデンサの静電容量が，それぞれ C_1= 1 [μF], C_2=2 [μF] であり，生じる電位差 V_{12} が 100 [V] であれば，おのおののコンデンサに蓄えられる電荷は，

$$Q_1 = 1 \times 100 = 100\ [\mu\text{C}], \quad Q_2 = 2 \times 100 = 200\ [\mu\text{C}]$$

である。

また，回路全体に蓄えられる電荷 Q [C] は，Q_1, Q_2 [C] の和であるから，次の関係がなりたつ。

$$Q = Q_1 + Q_2 = (C_1 + C_2) V_{12}$$

ここで，Q と V_{12} の比をとると，次の関係がなりたつ。

$$\frac{Q}{V_{12}}=C_1+C_2=C \qquad (13)$$

(13) の C[F] は，回路の合成静電容量である。このように，コンデンサの並列接続回路の**合成静電容量**は，それぞれの静電容量の和に等しい。

例題 1. 静電容量がそれぞれ C_1, C_2, C_3[F]の三つのコンデンサが図 11 のように接続されているとき，合成静電容量および，各部の電位差 V_{12}, V_{23} [V] を求めよ。

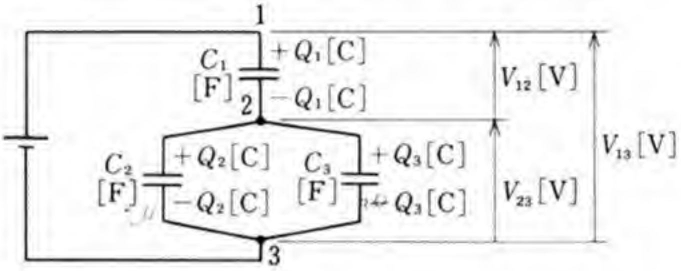


図 11

解答 C_2 と C_3 は並列に接続されているから，その合成静電容量は (C_2+C_3)[F] であり，これと C_1 とが直列に接続されているから，回路全体の合成静電容量 C[F] は，次のように表される。

$$C=\frac{1}{\dfrac{1}{C_1}+\dfrac{1}{C_2+C_3}}=\frac{C_1(C_2+C_3)}{C_1+C_2+C_3}\,[\mathrm{F}]$$

さらに，各部の電位差 V_{12}, V_{23}[V] は，次のように表される。

$$\frac{V_{12}}{V_{23}}=\frac{C_2+C_3}{C_1}$$

$$V_{12}=\frac{C}{C_1}V_{13}=\frac{C_2+C_3}{C_1+C_2+C_3}V_{13}\ [\mathrm{V}]$$

$$V_{23}=\frac{C}{C_2+C_3}V_{13}=\frac{C_1}{C_1+C_2+C_3}V_{13}\ [\mathrm{V}]$$

問 16. 図12の回路について，次の問いに答えよ。

(1) C_1 に蓄えられる電荷はいくらか。

(2) C_2 に蓄えられる電荷はいくらか。

(3) 全体に蓄えられる電荷はいくらか。

(4) 合成静電容量はいくらか。

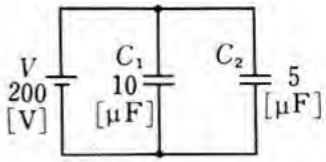


図 12

問 17. コンデンサ C_1, C_2, C_3 が図13のように接続されている。合成静電容量はいくらか。また，$V_{13}=300$ [V] であれば，C_1, C_2, C_3 には，それぞれ何ボルトの電位差が生じるか。

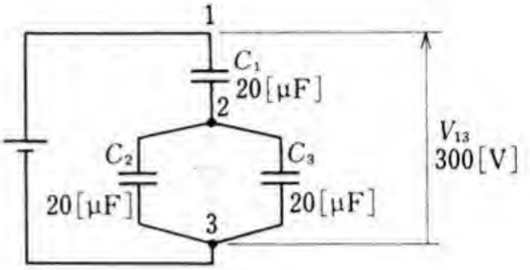


図 13

問 18. $C_1=1$ [μF]，$C_2=2$ [μF]，$C_3=3$ [μF] であるという。これらを三つ接続するか，二つ接続するか，単独で使うかによって得られる静電容量のすべてを示せ。

問 題

1. $C_1=C_2=C_3=30$ [μF] のコンデンサを直列に接続したときの合成静電容量を求めよ。

2. 図11の回路において，$C_1=C_2=C_3=30$ [μF] であるという。合成静電容量を求めよ。

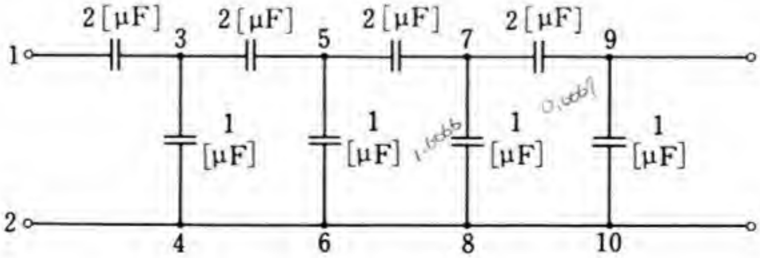


図 14

3. 図 14 の回路で，端子 1, 2 間の合成静電容量を求めよ。また，端子 1, 2 間に 80 [V] の電位差が生じると，3, 4 間，5, 6 間，7, 8 間，9, 10 間の電位差は，それぞれいくらになるか。

4. 図 11 の回路において，$C_1=10$ [μF]，$C_2=20$ [μF]，$C_3=20$ [μF] である。全体に生じる電位差が 100 [V] のとき，それぞれのコンデンサに生じる電位差および，それぞれに蓄えられる静電エネルギーを求めよ。

5. コンデンサ $C_1=20$[μF]，$C_2=40$[μF] を直列に接続し，全体に電位差 100[V] が生じたとき，蓄えられる静電エネルギー W_1 はいくらか。また，並列に接続した場合に蓄えられる静電エネルギー W_2 はいくらか。

6. 図 15 の回路について，次の問いに答えよ。

(1) スイッチ S_1 だけを入れたとき，5, 1 間，1, 3 間，3, 6 間の電位差はいくらか。

(2) スイッチ S_2 だけを入れたとき，5, 2 間，2, 4 間，4, 6 間の電位差はいくらか。

(3) S_1, S_2 を入れたとき，1, 2 間，3, 4 間の電位差はいくらか。

(4) S_1, S_2 を入れ，1, 2 間，3, 4 間をそれぞれ短絡したとき，5, 1 間，1, 3 間，3, 6 間の電位差はいくらか。

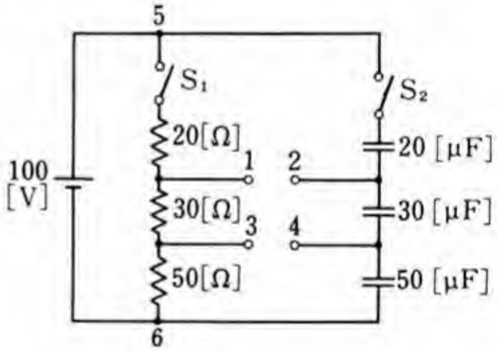


図 15

7. 100 [pF] のコンデンサがたくさんある。これらを接続して 550 [pF] のコンデンサを作りたい。どのように接続したらよいか。

3 誘電体内のエネルギーと絶縁破壊

この節の目標　電界が生じている誘電体内には，エネルギーが蓄えられている。このエネルギーがきわめて大きくなると，誘電体は破壊する。この節では，誘電体内のエネルギー密度，誘電損，静電吸引力，絶縁破壊，放電などについて学ぶ。

1. 誘電体内のエネルギー

誘電体内のエネルギーについて考え，さらに，電極板間に働く静電吸引力について調べる。

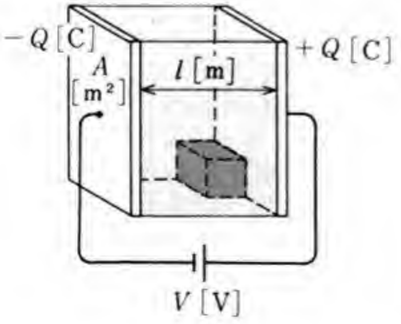
(1) エネルギー密度

図1のコンデンサに V[V] の電位差が生じ，Q[C] の電荷が蓄えられたとすると，蓄えられるエネルギー W[J] は，次のように表される。

$$W=\frac{1}{2}QV \qquad (1)$$

誘電体内の電界の強さを E[V/m]，電束密度を D[C/m^2] とす

図 1　誘電体内のエネルギー



誘電体内に蓄えられるエネルギー

$$W=\frac{1}{2}QV \text{ [J]}$$

誘電体の単位体積 1 [m^3] に蓄えられるエネルギー

$$w=\frac{1}{2}\varepsilon E^2=\frac{1}{2}\cdot\frac{D^2}{\varepsilon} \text{ [J/m}^3\text{]}$$

ると，$V=El$, $Q=DA$ であるから，これを（1）に代入すると，次の関係が得られる。

$$W=\frac{1}{2}QV=\frac{1}{2}(ED)(Al) \qquad (2)$$

（2）において，Al は誘電体の体積である。したがって，誘電体の単位体積 1 [m³] に蓄えられるエネルギー，すなわち**エネルギー密度**を w [J/m³] とすると，w は次のように表される。

$$w=\frac{W}{Al}=\frac{1}{2}ED=\frac{1}{2}\varepsilon E^2=\frac{1}{2}\cdot\frac{D^2}{\varepsilon} \qquad (3)$$

ここでは，コンデンサの内部の電界中のエネルギー密度について調べたが，任意の電界についても，エネルギー密度は（3）で表される。

問 1. 図1において，$V=1000$ [V], $A=50$ [cm²], $l=20$ [mm], $\varepsilon_r=8$ であるという。誘電体のエネルギー密度はいくらか。

（2） 誘電損と圧電現象

磁性体にヒステリシスがあったように，誘電体にもこれと同じような現象がある。すなわち加える電圧の大きさと向きを変化させると，図2に示すように，電界の強さ E [V/m] と，電束密度 D [C/m²] との間にヒステリシスループがかかれる。

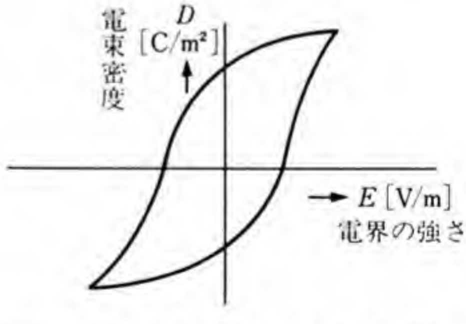


図 2 誘電体のヒステリシス

したがって，このヒステリシスループの面積に比例した電気エネルギーが，誘電体内で熱となって消費される。このエネルギーの損失を**誘電損**という。

なお，周波数の高い交流を使い，電圧の変化を著しく速くすることによって誘電損を大きくし，誘電体内に発生する熱を利用するの

が**誘電加熱**である。電子レンジは，これを利用したものである。

電気石や水晶などの結晶体に圧力や張力を加えると，その表面に電荷が現れる。また，強い電界を加えると，結晶体は，電界の向きにわずかではあるが伸び縮みする。このような現象を**圧電現象**という。

とくに，ロシェル塩，チタン酸バリウム，りん酸カリウム，水晶などの誘電体は，圧電現象が著しい。

図3は，誘電体を強くたたくと高い電圧が発生し，針電極の間に火花を飛ばすことができることを示している。自動点火装置は，この現象を利用したものである。

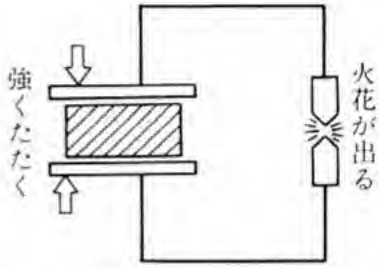


図 3 圧電現象の例

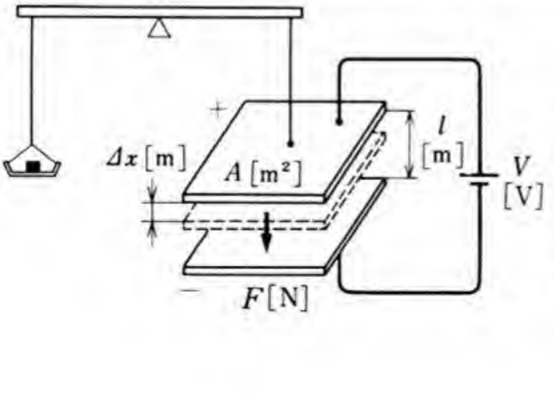
(3) 静 電 吸 引 力

図4のように，二つの電極板に電圧を加え，正負の電荷が蓄えられると，これらの電極板の間に吸引力が働く。このときの力を求めてみよう。

このときに働く吸引力を F [N] とし，吸引力のために，電極板が Δx [m] だけ移動したとすると，電極板がなされる機械的な仕事は $F\Delta x$ [J] である。

一方，電極板が移動したことによって，電極板間の体積は $A\Delta x$

図 4 静 電 吸 引 力



$$F = \frac{ED}{2}A \quad [\mathrm{N}]$$

$$f = \frac{\varepsilon}{2l^2}V^2 \quad [\mathrm{N/m^2}]$$

f ：単位面積当たりの力

$[m^3]$ だけ減少する。Δx がきわめて小さいとすると，電束密度 D $[C/m^2]$ や電界の強さ $E\,[V/m]$ は変化しないものとみなすことができる。したがって，電極板間の静電エネルギーは，

$$W=\frac{ED}{2}A\Delta x\,[J]$$

だけ減少する。この減少した静電エネルギーが，機械的な仕事 $F\Delta x$ に変わったことになるから，次の関係がなりたつ。

$$F\Delta x=\frac{ED}{2}A\Delta x$$

ゆえに，静電吸引力 $F\,[N]$ は，次のように表される。

$$F=\frac{ED}{2}A \qquad (4)$$

電極板の単位面積当たりの力を $f\,[N/m^2]$ とすると，f は次のように表される。

$$f=\frac{ED}{2}=\frac{\varepsilon E^2}{2} \qquad (5)$$

また，$E=\dfrac{V}{l}\,[V/m]$ であるから，(5) は次のように表される。

$$f=\frac{\varepsilon}{2l^2}V^2 \qquad (6)$$

したがって，静電吸引力は電圧の2乗に比例する。このことは，静電電圧計や静電集じん装置に利用されている。

問 2. 静電電圧計について調べてみよ。

問 3. 図4において，$V=1000\,[V]$，$A=20\,[cm^2]$，$l=2\,[cm]$，$\varepsilon=\varepsilon_0$ $[F/m]$（真空）であるという。静電吸引力はいくらか。

2. 絶縁破壊と気体中の放電

(1) 絶縁破壊の強さ

絶縁材料に強い電界が加わると，絶縁が保てなくなる。

図5に示すように，厚さ t[m]の絶縁材料を平行板間にはさんで，電圧 V[V]を加える。もし，絶縁材料の内部の電界が平等電界であれば，材料内部の電界の強さは $E=\dfrac{V}{t}$[V/m]である。

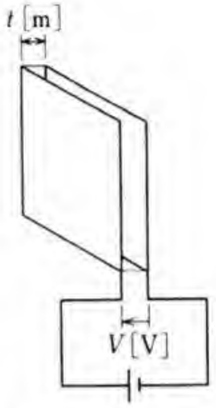


図5 絶縁破壊の強さ

電圧をしだいに増していくと，電界の強さが増加し，材料は絶縁性を失い，電極間に電流が流れる。この現象を**絶縁破壊** (dielectric breakdown)という。絶縁破壊するときの電圧を**絶縁破壊電圧** (dielectric breakdown voltage)，そのときの電界の強さを**絶縁破壊の強さ** (dielectric breakdown strength)という。

表1 絶縁破壊の強さ

材　　料	絶縁破壊の強さ
現用鉱油	70 kV/2.5 mm
シリコーン油	35 kV/2.5 mm
雲　母	25～70 MV/m
合成雲母	87 〃
アルミナ磁器	10～16 〃
石英ガラス	43 〃
ソーダ石灰ガラス	5～20 〃
大理石	2～4 〃

(「電気工学ハンドブック (1978)」による)

絶縁破壊の強さは材料によって変わる。表1は，主な材料の絶縁破壊の強さを示したものである。絶縁破壊の強さは，加える電圧の上昇速度や材料の温度，周囲の湿度・気圧などによって変わる。

(2) 気体中の放電

絶縁破壊によって流れる電流を**放電電流** (discharge current)という。例えば，空気などの気体中に二つの電極をおき，その間の電圧を大きくしていくと，図6に示すように，電流がしだいに増加する。

① の段階では，気体中にイオンや電子がわずかに存在し，それらの働きによるためと考えられる。

② の段階では，加えた電界によってイオンが作られるが，それが，ある時間で消滅するような場合である。①，② の段階の電流は，きわめてわずかであり，**暗電流**(dark current)とよばれる。

③ の段階では，電界が強いため，イオンが引き続いて作られるので，絶縁破壊を起こし，放電電流が流れる。

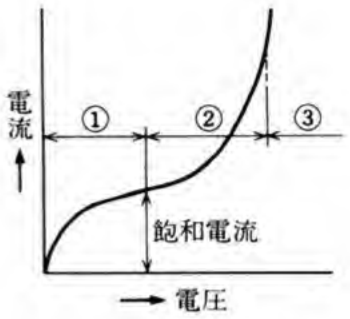


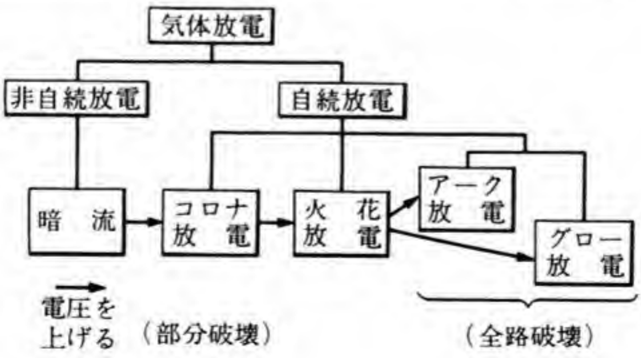
図 6　暗電流の特性

部分破壊と全路破壊　例えば，針と平行板の間に，電圧を加えると，電界が強い針の先端などで，局部的にイオンが持続して作られ，部分的な絶縁破壊，すなわち**部分破壊**を起こし，針の先端が光る。これを**コロナ放電** (corona discharge) という。

電圧を加えて電界をさらに強くすると，音と火花を発し，全電極にわたる絶縁破壊，すなわち**全路破壊**を起こす。全路破壊には，次に学ぶグロー放電やアーク放電がある。

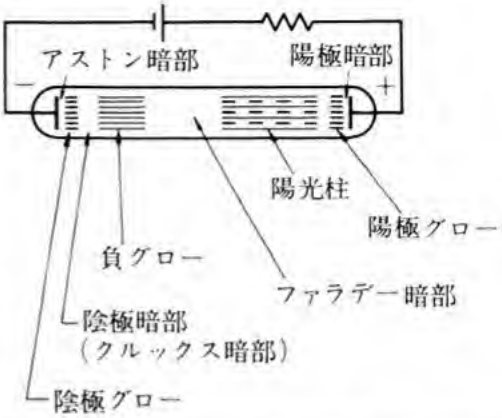
部分破壊から全路破壊に移る過程の現象が **火花放電** (spark dis-

図 7　気体中の放電の分類



charge）である。

グロー放電（glow discharge）　図8のように，1［mmHg］* 程度の気体中で，1000［V］ぐらいの適度な電圧を加えると，図のような安定したグロー放電が見られることがある。このような放電を1気圧程度の気体中の放電に比べて，**真空放電**（vacuum discharge）という。ここで，発光している部分はイオンの密度が高いところで，電位の傾きが小さく，暗い部分は電位の傾きがきわめて大きい。



気　体	Ne	He	Ar	Hg
負グロー 陽 光 柱	橙（だいだい） 紅	淡緑 白茶	深青 深赤	白緑 青緑

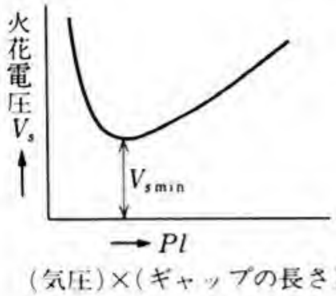
（電気学会編「電気工学ハンドブック（1978）」による）

図8　グロー放電

アーク放電　どのような形式の放電でも，ある程度以上の電界が加わると，全路破壊が行われ，大きな電流が流れ，強い光を発する光柱が生じ，陰極も白熱して光る。この状態をアーク放電という。

放電と気圧の関係　図9は，気圧 P またはギャップの長さ l をしだいに変化させ，それに応じた火花電圧 V_s を調べたものである。この図からわかるように，P と l との積 Pl がある値のとき，V_s の値が最も小さくなる。これを**最小火花電圧**という。最小火花電圧 V_{smin} の値は，気体の種類によって変わる。図9の表は，気体ごとの最小火花電圧の値の例を示したものである。

* 面積1［m²］当たりに1［N］の力が加わる圧力の大きさを1**パスカル**（単位記号 Pa）という。
　1気圧＝760［mmHg］＝101 325［Pa］，1［mmHg］＝133.322［Pa］



最小火花電圧

気　　体	He	Ne	O_2	空気	H_2	CO_2
$V_{s\,min}$ の値 [V]	147	168	450	330	270	420

(電気学会編「電気工学ハンドブック (1978)」による)

図 9　気体中の放電の特性

問 4.　グロー放電で，静電エネルギーは何のエネルギーに変わるか。

問　　題

1.　1 [μF] のコンデンサに 100 [V] の電位差が生じた。これに蓄えられている電荷はいくらか。また，蓄えられているエネルギーはいくらか。

2.　直径 40 [mm]，間隔 0.036 [cm]，$C=200$ [pF] のマイカコンデンサに 50 [V] の電位差が生じている。次の値を求めよ。

(1)　蓄えられている電荷　(2)　電束密度　(3)　電界の強さ

(4)　蓄えられている静電エネルギー　(5)　エネルギー密度

3.　30 [kV/m] の電界中に 4×10^{-4}[C] の電荷がある。電荷に働く力を求めよ。

4.　電源により，50 [μF] のコンデンサ C_1 に 100 [V] の電位差を生じさせ，その後，電源を切り離して，20 [μF] のコンデンサ C_2 に直列に接続した。コンデンサの両端の電位差はいくらになるか。また，電源を切り離す前に，C_1 に蓄えられていたエネルギー W_0 を求めよ。また，直列に接続したあとで，C_1, C_2 に蓄えられているエネルギー W_1, W_2 を求めよ。

5.　電極板の面積 A，電極板の間隔 l の平行板コンデンサに電位差 V が生じているとき，コンデンサに蓄えられているエネルギー W は，電極板間の絶縁物の種類によってどう変わるか。絶縁物の誘電率を ε として，W と ε の関係を表してみよ。

章　末　問　題

1.　絶縁しておかれた2導体間に100 [V] の電位差を生じさせ，一方に +2 [μC]，他方に −2 [μC] の電荷が蓄えられた。この静電容量はいくらか。

2.　面積10 [cm²]の2枚の平行電極板間に，比誘電率 ε_r が10で厚さが1.0 [mm] の誘電体と，ε_r が5で厚さが2.0 [mm] の誘電体を図1に示すように重ねておいた。この平行電極板間の静電容量はいくらか。真空の誘電率 ε_0 は 8.85×10^{-12} [F/m] である。

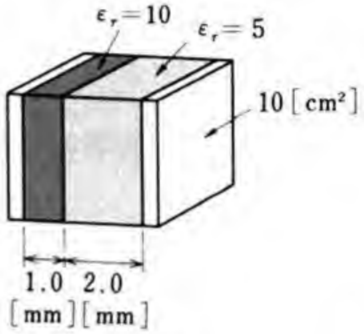


図 1

3.　500 [V] を超える電位差を生じさせると絶縁破壊するコンデンサが3個ある。この静電容量がそれぞれ0.1，0.2，0.3 [μF] のとき，この3個を図2に示すように直列に接続して使用する。このとき生じさせることができる最大の電位差 V_0 [V] はいくらか。

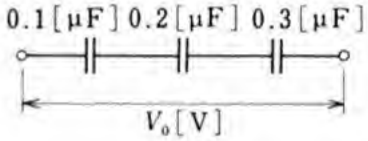


図 2

4.　図3に示すように面積10 [cm²]の電極板2枚が，3 [mm] 離れて比誘電率10の油の中に平行においてある。その静電容量はいくらか。

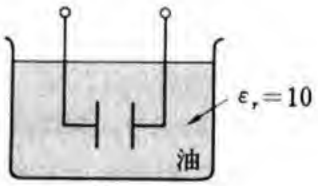


図 3

5.　図4に示すように広い導体の平行平面板2枚を空気中で間隔 l [m] 離しておき，その間に電位差 V [V] を生じさせたとき，導体板1 [m²] 当たりに働く力はいくらか。また，$V=1000$ [V]，$l=5$ [cm] としたとき，導体板に働く力はいくらか。

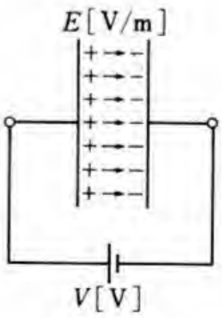


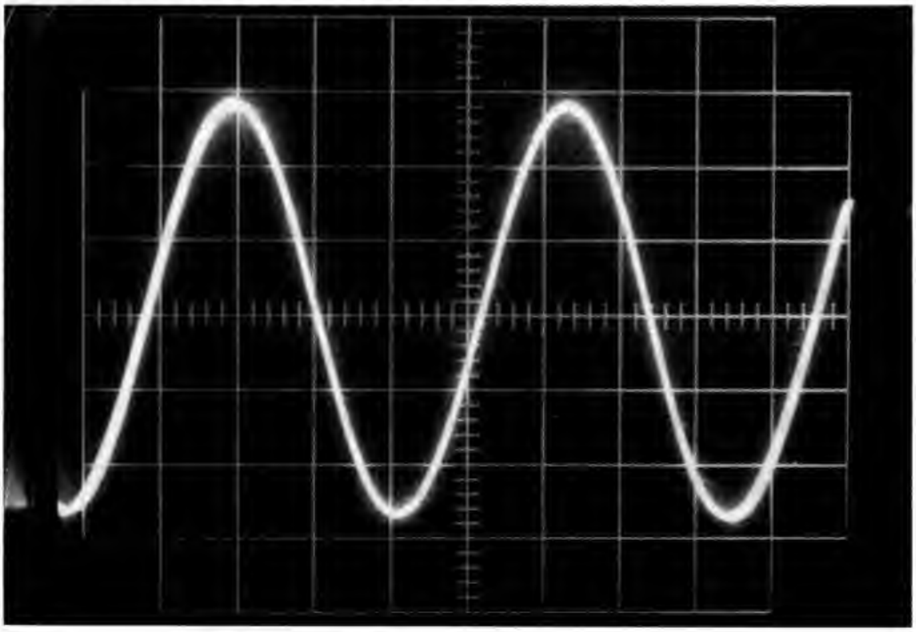
図 4

第4章 交流回路

電力会社から各家庭や工場に供給されている電気は，第1章で学んだ直流ではない。全国各地の発電所で作られている電気は，交流とよばれるもので，これが各家庭や工場へ送られている。したがって，電気器具や電気機械の大部分は，交流で働くように作られている。交流は，時間とともに大きさと向きが変化し，直流とは違った働きをする。

この章では，交流の表し方や，交流が流れる基本的な回路について学ぶ。

オシロスコープを使って観測した正弦波交流



1 交流の基礎

この節の目標　直流回路では，電圧や電流の向きとその大きさは，時間が経過しても変化することはなかった。これに対して，交流は，その大きさがたえず変化し，時間の経過とともに，向きも変わる電気の流れである。

この節では，交流のうち最もよく使われている正弦波交流について，その取り扱いの基礎を学ぶ。

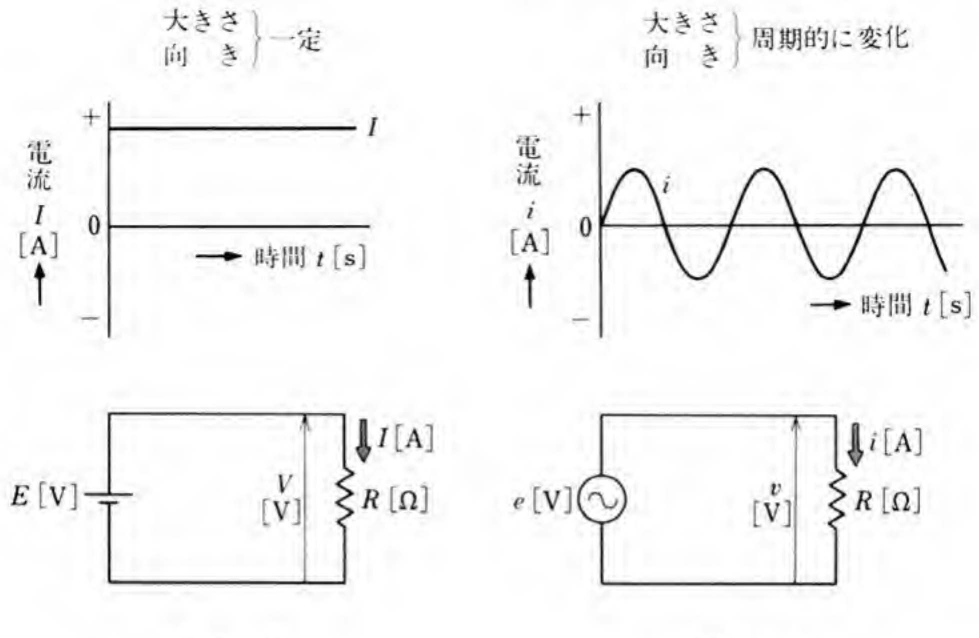
1. 正弦波交流

交流には，いろいろな波形のものがあるが，その中で最もよく使われているのは正弦波交流である。ここでは，この正弦波交流を量的にどう取り扱うかについて学ぶ。

(1) 交　　流

今まで学習してきた直流は，図1(a)のように，大きさが一定で，流れる向きも変わらない。これに対して，図(b)の電流は，大きさも向きも周期的に変化している。このような電流を**交流**（AC, alternating current）という。横軸に時間をとり，縦軸に電圧または電流の値をとって，波の変化の状態を表したものを**波形**という。家庭や工場の電源として，一般に使われている交流は，波形が正弦曲線であるから，**正弦波交流**（sine wave AC）とよばれる。

図1(b)に交流の回路図の例を示す。交流起電力は e[V]，交流は i[A]，交流電圧は v[V] で表す。また，e[V]，i[A] および v[V] の矢印は，それぞれの正の向きを示す。



(a) 直　流　　　(b) 交　流

図1　直流と交流

今まで学んできた直流では，起電力・電流・電圧は，大文字で表してきた。しかし，交流では，各時刻の値は，小文字で表す習慣になっている。

(2)　正弦波交流の発生原理

図2(a)のように，平等磁界中にコイルをおき，これを回転させると，コイルには図(b)のように，フレミングの右手の法則で示される向きに交流の起電力が生じる。発生した起電力を外部の回路に取り出すため，図(a)のような**スリップリング**というものを使う。このようにすると，抵抗 R に流れる電流は，コイルの回転角が 0～180° の間では，矢印の向きに流れ，180～360° の間では，破線の矢印の向きに流れる。

① コイルの磁界中の長さを l [m]，② 平等磁界の磁束密度を B [T]，③ 磁界に垂直な面に対して，コイルの面がなす角を θ，④ コイルの運動速度を u [m/s] とすると，コイルに発生する起電

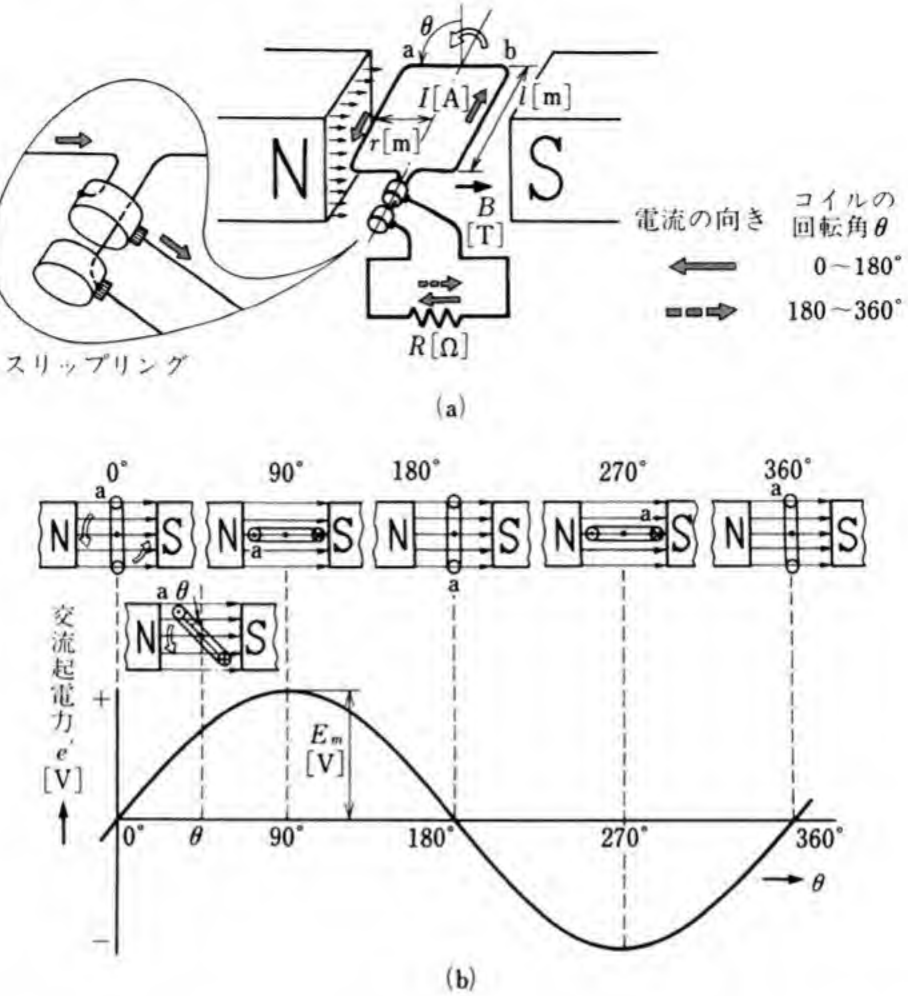


図 2 正弦波交流の発生

力 e' [V] は，次のように表される。

$$e' = 2Blu\sin\theta = E_m\sin\theta \qquad (1)$$

(1) からわかるように，発生する起電力 e' [V] は，コイルの回転角 θ の増加に従って，図(b)のように，正弦曲線をかいて変化する。この波形の起電力が正弦波交流起電力である。

なお，(1) の E_m を交流起電力の**最大値** (maximum value) という。

(3) 角　速　度

図3に示すように，点Pが運動して1秒後に点P′に達したとする。基準の点Oに対し，1秒当たりに点Pが回転する角度∠POP′を点Pの点Oに対する**角速度**（angular velocity）という。∠POP′がω[rad]であれば，角速度はω[rad/s]で表す。

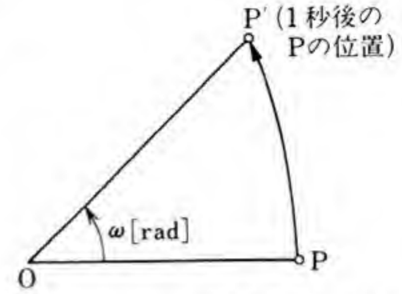


図3　角　速　度

一定の速さで点Oを中心に円運動をしている点が，1秒間にf回転するときの角速度ω[rad/s]は，次のように表される。

$$\omega=2\pi f \qquad (2)$$

問 1.　1秒間に50回転する物体の角速度はいくらか。

(4) 正弦波交流の角周波数

図2(a),(b)に示すコイルが，角速度ω[rad/s]で回転しているとき，t秒間に回転した角度をθ[rad]とすれば，ωとθの間には，次の関係がなりたつ。

$$\theta=\omega t \qquad (3)$$

(3)を(1)に代入すると，起電力e'[V]は次のように表される。

$$e'=E_m\sin\omega t \qquad (4)$$

ところで，図2(a)において，コイルが1回転すると，図2(b)のように一つの波形ができる。もしコイルが1秒間にf回転すると，図4に示すように，同じ波形がf回繰り返される。このように，1秒間に同じ波形がf回繰り返されるとき，このfを**周波数**（frequency）という。周波数の単位には，**ヘルツ**（hertz, 単位記号 Hz）が使われる。f[Hz]の交流は，1秒間に同じ波形がf回繰り返され，その

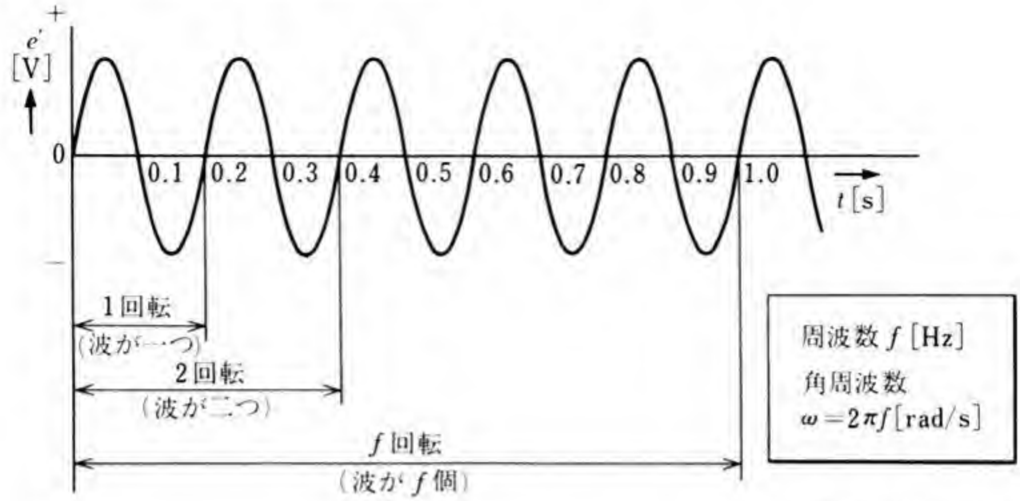


図4 周波数

マクスウェル(James Clerk Maxwell 1831～1879) イギリスの物理学者。

1864年, 光と同じ速度で伝わる電磁波が存在することを理論的に明らかにした。

ヘルツ (Heinrich Rudolph Hertz 1857～1894) ドイツの物理学者。

1888年, マクスウェルの唱えた電磁波の存在を実験的に明らかにし, その後の無線電信電話の出発点となった。

周波数の単位ヘルツ [Hz] は, 彼の名によっている。

ためには，コイルが1秒間に f 回転している。そのときのコイルの角速度 ω [rad/s] は，（2）から，$\omega=2\pi f$ [rad/s] である。また，この ω を正弦波交流の**角周波数** (angular frequency) という。（2）を（4）に代入すると，次の関係が得られる。

$$e'=E_m \sin 2\pi ft \qquad (5)$$

〔例〕 周波数 f が 50 [Hz]，起電力の最大値 E_m が 100 [V] のときの角周波数 ω と起電力 e' は，

$$\omega=2\pi f=100\pi \text{ [rad/s]}, \qquad e'=100 \sin 100\pi t \text{ [V]}$$

である。

問 2. 角速度 50π [rad/s] で回転しているコイルは，0.02 [s] 間に何ラジアン回転するか。

問 3. 図4に示されている交流起電力の周波数はいくらか。また，その角周波数はいくらか。

問 4. 図2(a)の装置で図4に示す交流起電力が発生したとすると，コイルは毎秒何回転していることになるか。

2. 交流の表し方

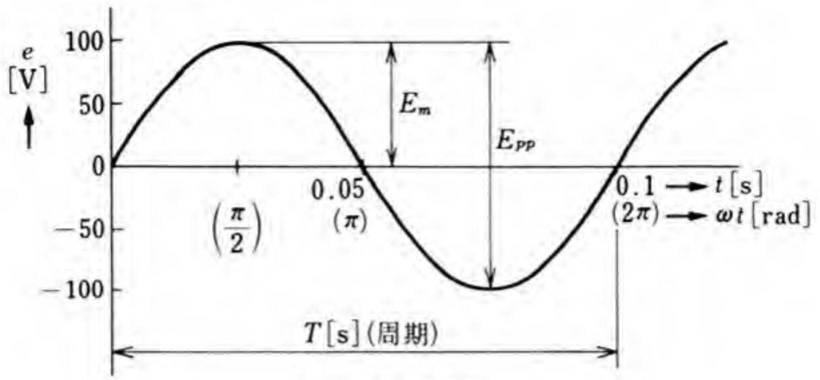
時々刻々変化する交流起電力や電流を表すには，どうしたらよいだろうか。ここでは，そのために考えられた，瞬時値・周期・実効値・平均値・位相・位相差などについて調べる。

（1） 瞬時値と最大値

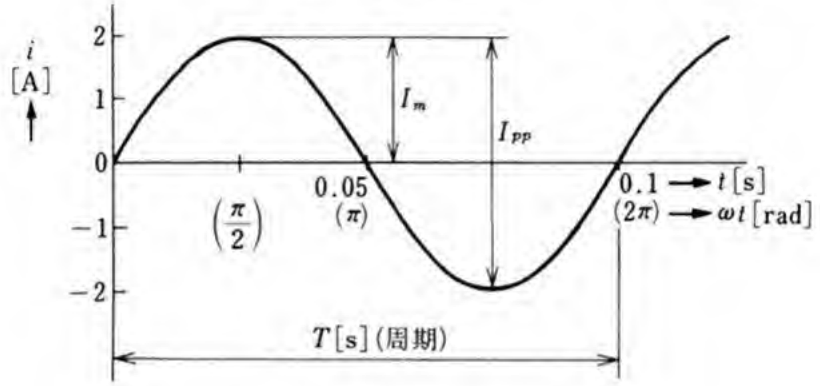
一般に，交流起電力 e [V] は，次のように表され，図5(a)に示す波形をかく。

$$\boldsymbol{e=E_m \sin \omega t} \qquad (6)$$

交流 i [A] も，交流起電力と同様に，次のように表され，図(b)



(a) 交流起電力



(b) 交 流

図 5　最大値と周期

に示す波形をかく。

$$\boldsymbol{i = I_m \sin \omega t} \qquad (7)$$

（6）で表される交流起電力 e [V] も（7）で表される交流 i [A] も，時々刻々に変化しており，それぞれの時刻における値を**瞬時値** (instantaneous value) といい，この瞬時値のうち，最大の値 E_m [V] および I_m [A] をそれぞれの最大値または**振幅** (amplitude) という。また，図5の E_{pp} [V] および I_{pp} [A] で示す波形の山の高さと谷の深さとの和をそれぞれの**ピークピーク値** (peak to peak value) という。

問 5.　図5に示す起電力および電流の波形の最大値，ピークピーク値はいくらか。

(2) 周波数と周期

図5に示すように，起電力や電流の大きさは，時間とともに変化しているが，時間 T[s] ごとに，同じ変化を繰り返している。この一つの繰り返し時間 T[s] は，交流の**周期** (period) とよばれる。周波数 f[Hz] の交流では，1秒間に同じ波形を f 回繰り返すので，1回当たりの繰り返し時間は $\frac{1}{f}$[s] である。この値は周期 T[s] であるから，次の関係がなりたつ。

$$T=\frac{1}{f} \tag{8}$$

〔例〕 図5(a)，(b)の波形の周期 T は，図から，どちらも $T=0.1$ [s] である。したがって，周波数 f は，$f=\frac{1}{T}=\frac{1}{0.1}=10$ [Hz] である。

家庭や工場で使っている電源の周波数は**商用周波数** (commercial frequency) とよばれ，50 [Hz] または 60 [Hz] である。

なお，周期や周波数の単位で，よく使われるものを表1に示す。

問 6. 商用周波数の周期は，いくらか。

表1 周期と周波数の単位

量	単位	単位記号	単位の関係
周期	秒	s	
	ミリ秒	ms	1[ms] = 10^{-3}[s]
	マイクロ秒	μs	1[μs] = 10^{-6}[s]
	ナノ秒	ns	1[ns] = 10^{-9}[s]
	ピコ秒	ps	1[ps] = 10^{-12}[s]
周波数	ヘルツ	Hz	
	キロヘルツ	kHz	1[kHz] = 10^{3}[Hz]
	メガヘルツ	MHz	1[MHz] = 10^{6}[Hz]
	ギガヘルツ	GHz	1[GHz] = 10^{9}[Hz]
	テラヘルツ	THz	1[THz] = 10^{12}[Hz]

問 7. 次の問いに答えよ。

(1) 1 [MHz] は何キロヘルツか。　(2) 1 [THz] は何メガヘルツか。

(3) 1 [μs] は何ミリ秒か。　(4) 1 [ns] は何マイクロ秒か。

(5) 1 [MHz] の周期は何マイクロ秒か。また，1 [THz] の周期は何ナノ秒か。

(3) 交流の平均値

図6に示すように，交流起電力 $e=E_m \sin \omega t$ の曲線と，t 軸すなわち $e=0$, $t=t_1$, $t=t_2$ ($t_2>t_1$) で囲まれる部分の面積を t_2-t_1 で割ったものが，t_1 と t_2 の間における交流起電力 e の**平均値***(mean value) という。

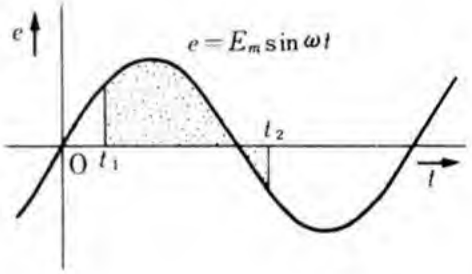


図6 平　均　値

一般に，交流起電力 e [V] や電流 i [A] の場合には，1周期について平均値を求めると0になるため，半周期について平均値を求め，これを**交流の平均値**として取り扱っている。

図7において，$t=0$ [s] から $\dfrac{T}{2}$ [s] の間に，交流の平均値に相当する I_a [A] の電流が流れたとし，それが図7では線分 ab で表されたとする。そのとき，i [A] の曲線と t 軸で囲まれた面積は，I_a [A] の直線と t 軸，$t=0$, $t=\dfrac{T}{2}$ で囲まれた面積，すなわち長方形 abcd の面積と等しくなる。ここで比較した面積は，縦軸が電流，横軸が時間であるから，それぞれ i [A]，および I_a [A] が $\dfrac{T}{2}$ [s] 流れ，その間に移動する電気量を表している。

---

* $e=E_m \sin \omega t$ の t_1 と t_2 との間の平均値は，次のように表される。

$$\frac{1}{t_2-t_1}\int_{t_1}^{t_2} E_m \sin \omega t \, dt$$

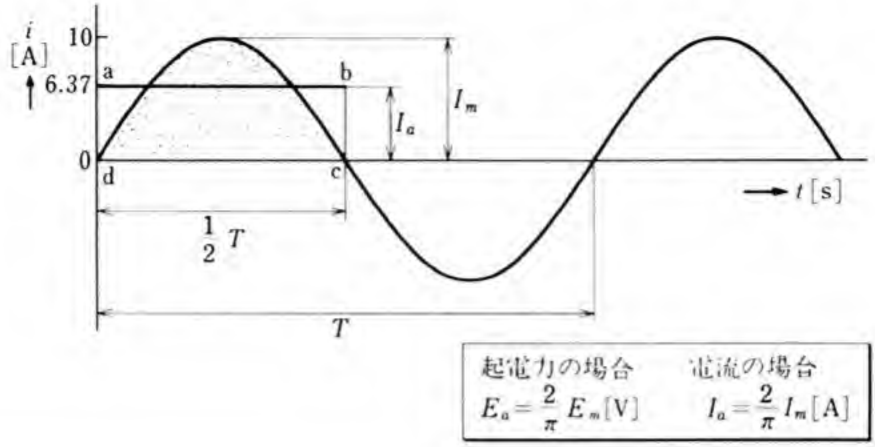


図7 交流の平均値

同様に，正弦波交流起電力 e [V] の平均値を E_a [V]，正弦波交流 i [A] の平均値を I_a [A] で表せば，交流の平均値と最大値の関係は，理論的に次のように表される*。

$$\left.\begin{aligned} \boldsymbol{E_a} &= \frac{\boldsymbol{2}}{\boldsymbol{\pi}}\boldsymbol{E_m} \fallingdotseq \boldsymbol{0.637\,E_m} \\ \boldsymbol{I_a} &= \frac{\boldsymbol{2}}{\boldsymbol{\pi}}\boldsymbol{I_m} \fallingdotseq \boldsymbol{0.637\,I_m} \end{aligned}\right\} \qquad (9)$$

〔例〕 図7に示すように，正弦波交流の最大値 I_m が 10 [A] であれば，その平均値 I_a は，$I_a = 0.637 \times 10 = 6.37$ [A] である。

問 8. 最大値 100 [V] の交流起電力の平均値はいくらか。

問 9. 平均値 100 [V] の交流起電力の最大値はいくらか。

---

* $e = E_m \sin \omega t$ の交流の平均値 E_a [V] は，次のように表される。

$$E_a = \frac{2}{T}\int_0^{\frac{T}{2}} E_m \sin \omega t\, dt = \frac{\omega}{\pi}\int_0^{\frac{\pi}{\omega}} E_m \sin \omega t dt$$

$$= \frac{E_m}{\pi}\left[-\cos \omega t\right]_0^{\frac{\pi}{\omega}} = \frac{2}{\pi}E_m$$

(4) 実 効 値

図8(a)のように，直流起電力 E[V] の電源に R[Ω] の抵抗器をつなぐと熱エネルギーが発生する。また，図(b)のように，交流起電力 e[V] の電源に同じ R[Ω] の抵抗器をつなぐと熱エネルギーが発生する。図(a)の場合と，図(b)の場合と比べて，発生する熱エネルギーが等しいとき，この E[V] を交流起電力 e[V] の実効値という。電流 i[A] の場合も同様に，実効値 I[A] を定義することができる。起電力と電流の実効値を併せて，交流の**実効値**（effective value）という。正弦波交流の場合，交流の実効値と最大値との関係は，理論的に次のように表される*。

$$\left.\begin{aligned} \boldsymbol{E} &= \frac{\mathbf{1}}{\sqrt{\mathbf{2}}}\boldsymbol{E_m} \fallingdotseq \mathbf{0.707}\,\boldsymbol{E_m} \\ \boldsymbol{I} &= \frac{\mathbf{1}}{\sqrt{\mathbf{2}}}\boldsymbol{I_m} \fallingdotseq \mathbf{0.707}\,\boldsymbol{I_m} \end{aligned}\right\} \qquad (10)$$

実効値を使うと，いろいろな計算が便利になるので，交流の大き

---

* $e=E_m\sin\omega t$ の2乗は $e^2=\frac{E_m{}^2}{2}(1-2\cos 2\omega t)$ である。e の周期を T とすれば，e^2 の周期は $\frac{T}{2}=\frac{\pi}{\omega}$ [s] である。図8(a)，(b)において，$\frac{T}{2}$[s] 間に発生する熱エネルギーが等しければ，図(a)の起電力 E[V] は，図(b)の起電力 e[V] の実効値である。

$$\frac{E^2}{R}\cdot\frac{T}{2}=\frac{1}{R}\int_0^{\frac{T}{2}}e^2\,dt$$

$$E^2=\frac{2}{T}\int_0^{\frac{T}{2}}e^2\,dt$$

これが e^2 の1周期にわたる平均値である。

$$\begin{aligned} E^2&=\frac{\omega}{\pi}\int_0^{\frac{\pi}{\omega}}\frac{E_m{}^2}{2}(1-2\cos 2\omega t)dt \\ &=\frac{\omega}{2\pi}E_m{}^2\left[t-\frac{1}{\omega}\sin 2\omega t\right]_0^{\frac{\pi}{\omega}} \\ &=\frac{1}{2}E_m{}^2 \end{aligned}$$

$E_m>0$，$E>0$ であるから，$E=\frac{1}{\sqrt{2}}E_m$

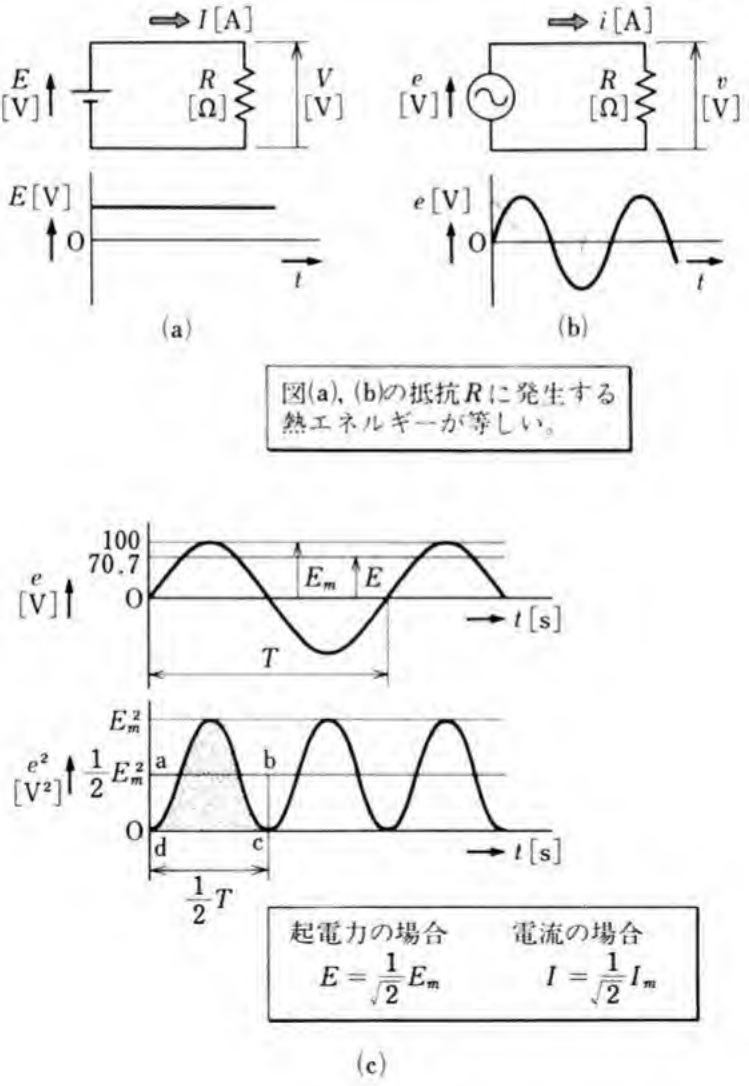
さを表すのに，ふつう実効値が使われている。

正弦波交流の起電力と電流を，実効値を使って表すと，次のようになる。

$$\left.\begin{aligned} e &= \sqrt{2}\,E\sin\omega t \\ i &= \sqrt{2}\,I\sin\omega t \end{aligned}\right\} \quad (11)$$

一般に，交流の実効値は，瞬時値の２乗を半周期にわたって平均し，その平方根で表される。

図８ 実効値



〔例〕 正弦波交流起電力の実効値が $E=100$ [V] であれば，最大値 E_m は，$E_m=1.41\times100=141$ [V] である。

問 10. 実効値 200 [A] の電流の最大値はいくらか。

問 11. 最大値 200 [V] の交流起電力の実効値はいくらか。

問 12. 実効値 100 [V]，周波数 50 [Hz] のとき，交流起電力の瞬時値 e [V] を式で表せ。

（5） 位相と位相差

図9には，三つの交流起電力 e_1, e_2, e_3 [V] が示されているが，それぞれの波形の変化には，時間的なずれがある。これを次のように表すことができる。

$$e_1=E_m\sin\omega t \tag{12}$$

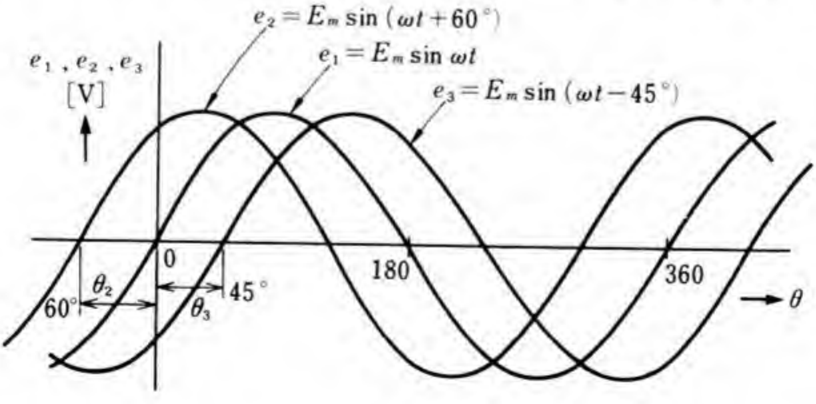
$$e_2=E_m\sin(\omega t+\theta_2) \tag{13}$$

$$e_3=E_m\sin(\omega t-\theta_3) \tag{14}$$

ここで，ωt, $\omega t+\theta_2$, $\omega t-\theta_3$ を，それぞれ e_1, e_2, e_3 の時刻 t における**位相**（phase）という。また，θ_2, $-\theta_3$ は $t=0$ における位相であり，これを**位相角**（phase angle）という。

図9において，e_2 は e_1 より**位相が 60° 進んでいる**といい，e_3 は e_1

図 9 交流起電力の位相差



より**位相が45° 遅れている**という。

図10のe_1とe_2の間には位相のずれがないので，**同相**であるという。

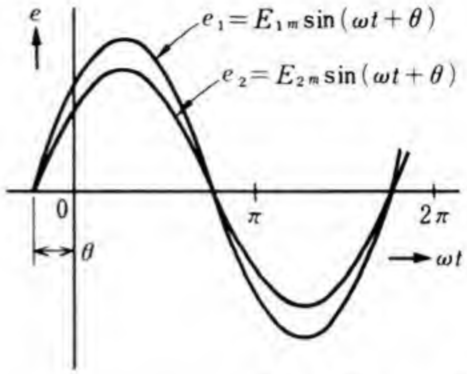


図10　同　相

二つの交流の位相の差を**位相差**（phase difference）という。図9のe_2の位相がe_3に対して，どれだけ進んでいるか，または遅れているかを調べるには，e_2の位相角から，e_3の位相角を引けばよい。

（e_2の位相角）−（e_3の位相角）の値が，

$\begin{cases}\text{正ならば，} e_2 \text{ は } e_3 \text{ より位相が進んでおり，} \\ \text{負ならば，} e_2 \text{ は } e_3 \text{ より位相が遅れている。}\end{cases}$

〔例〕図9で，e_3がe_2に比べて，位相がどれだけ進んでいるか，または遅れているかを求めてみる。

$$(e_3 \text{ の位相角})-(e_2 \text{の位相角})=(-45°)-60°=-105°<0$$

すなわち，位相角の差が負であるから，e_3はe_2より位相が105° 遅れている。

交流起電力を例にあげて位相を説明したが，これらのことは，電流についても同じことがいえる。

問 13.　$i_1=100\sqrt{2}\sin(\omega t-30°)$ [A] と $i_2=50\sqrt{2}\sin(\omega t+20°)$ [A] の正弦波交流がある。i_1はi_2に比べてどれだけ位相が進んでいるか，または遅れているか。

−30−20
−50

i1はi2に比べ
50° 位相が
おくれている

3. 正弦波交流の合成

図 11 に示す回路において，二つの正弦波交流 i_1 [A]，i_2 [A] の和は，どんな波形になるだろうか。二つの正弦波交流の和を求めることを**正弦波交流の合成**という。

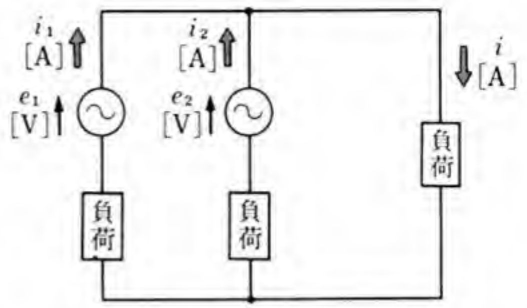


図 11　正弦波交流の合成

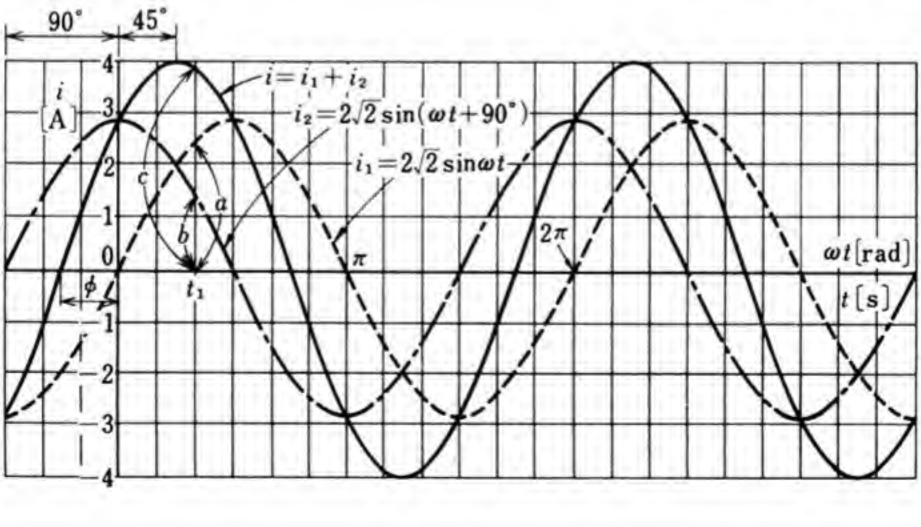
図 12 は，正弦波交流の合成の一例で，各時刻の i の値は，電流の連続性から，その時刻の i_1 と i_2 との和になっている。この図は，例えば $t=t_1$ において，$i_1=a$，$i_2=b$ であれば，$i=a+b=c$ であることを示している。

（1） 正弦波交流の合成

二つの正弦波交流を次に示す。

$$\left.\begin{aligned} i_1&=\sqrt{2}\,I_1\sin(\omega t+\theta_1) \\ i_2&=\sqrt{2}\,I_2\sin(\omega t+\theta_2) \end{aligned}\right\} \qquad (15)$$

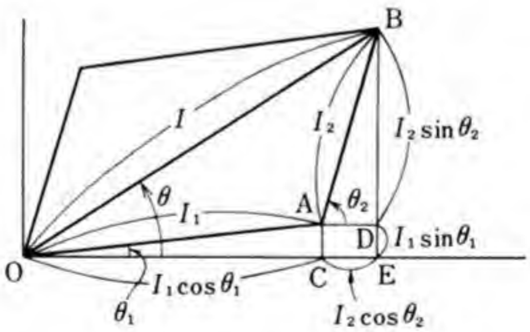
図 12　正弦波交流の合成の例



これら二つの正弦波交流 の和 i [A] を計算で求めてみよう。

$$
\begin{aligned}
i &= i_1 + i_2 \\
&= \sqrt{2}\ I_1 \sin(\omega t + \theta_1) + \sqrt{2}\ I_2 \sin(\omega t + \theta_2) \\
&= \sqrt{2}\ (I_1 \sin\omega t \cos\theta_1 + I_1 \cos\omega t \sin\theta_1 \\
&\qquad + I_2 \sin\omega t \cos\theta_2 + I_2 \cos\omega t \sin\theta_2) \\
&= \sqrt{2}\ \{\sin\omega t (I_1 \cos\theta_1 + I_2 \cos\theta_2) \\
&\qquad + \cos\omega t (I_1 \sin\theta_1 + I_2 \sin\theta_2)\} \\
&= \sqrt{2}\sqrt{(I_1\cos\theta_1 + I_2\cos\theta_2)^2 + (I_1\sin\theta_1 + I_2\sin\theta_2)^2} \\
&\quad \times \left\{\sin\omega t \frac{I_1\cos\theta_1 + I_2\cos\theta_2}{\sqrt{(I_1\cos\theta_1 + I_2\cos\theta_2)^2 + (I_1\sin\theta_1 + I_2\sin\theta_2)^2}}\right. \\
&\qquad \left. + \cos\omega t \frac{I_1\sin\theta_1 + I_2\sin\theta_2}{\sqrt{(I_1\cos\theta_1 + I_2\cos\theta_2)^2 + (I_1\sin\theta_1 + I_2\sin\theta_2)^2}}\right\} \\
&= \sqrt{2}\ I(\sin\omega t \cos\theta + \cos\omega t \sin\theta) \\
&= \sqrt{2}\ I \sin(\omega t + \theta) \qquad (16)
\end{aligned}
$$

図 13 参 考 図



$$I = \sqrt{(I_1\cos\theta_1 + I_2\cos\theta_2)^2 + (I_1\sin\theta_1 + I_2\sin\theta_2)^2}$$

$$\sin\theta = \frac{\mathrm{EB}}{\mathrm{OB}} = \frac{I_1\sin\theta_1 + I_2\sin\theta_2}{\sqrt{(I_1\cos\theta_1 + I_2\cos\theta_2)^2 + (I_1\sin\theta_1 + I_2\sin\theta_2)^2}}$$

$$\cos\theta = \frac{\mathrm{OE}}{\mathrm{OB}} = \frac{I_1\cos\theta_1 + I_2\cos\theta_2}{\sqrt{(I_1\cos\theta_1 + I_2\cos\theta_2)^2 + (I_1\sin\theta_1 + I_2\sin\theta_2)^2}}$$

$$\tan\theta = \frac{\mathrm{EB}}{\mathrm{OE}} = \frac{I_1\sin\theta_1 + I_2\sin\theta_2}{I_1\cos\theta_1 + I_2\cos\theta_2}$$

ただし，$I=\sqrt{(I_1\cos\theta_1+I_2\cos\theta_2)^2+(I_1\sin\theta_1+I_2\sin\theta_2)^2}$

$$=\sqrt{I_1^2+I_2^2+2I_1I_2\cos(\theta_1-\theta_2)}$$

$$\theta=\tan^{-1}\frac{I_1\sin\theta_1+I_2\sin\theta_2}{I_1\cos\theta_1+I_2\cos\theta_2}$$

(16) から，同じ周波数の二つの正弦波交流を合成すると，周波数が同じ正弦波交流になることがわかる。

(2) 正弦波交流起電力の合成

二つの正弦波交流起電力を次に示す。

$$\left.\begin{aligned} e_1&=\sqrt{2}\,E_1\sin(\omega t+\theta_1)\\ e_2&=\sqrt{2}\,E_2\sin(\omega t+\theta_2)\end{aligned}\right\} \qquad (17)$$

図 14 の回路に，この起電力 e_1，e_2 [V] を加えるときに負荷に流れる電流は，e_1 と e_2 の和である e [V] を加えるときに流れる電流と同じである。この e [V] を，電流の場合とまったく同様にして求めてみよう。

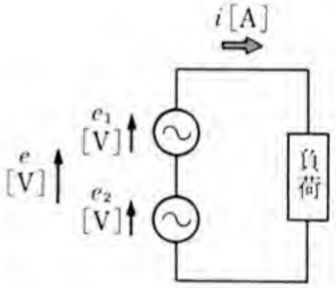


図 14 正弦波交流起電力の合成

$$\begin{aligned} e&=e_1+e_2\\ &=\sqrt{2}\,E_1\sin(\omega t+\theta_1)+\sqrt{2}\,E_2\sin(\omega t+\theta_2)\\ &=\sqrt{2}\,E\sin(\omega t+\theta) \qquad (18)\end{aligned}$$

ただし，$E=\sqrt{(E_1\cos\theta_1+E_2\cos\theta_2)^2+(E_1\sin\theta_1+E_2\sin\theta_2)^2}$

$$=\sqrt{E_1^2+E_2^2+2E_1E_2\cos(\theta_1-\theta_2)}$$

$$\theta=\tan^{-1}\frac{E_1\sin\theta_1+E_2\sin\theta_2}{E_1\cos\theta_1+E_2\cos\theta_2}$$

4. オームの法則とキルヒホッフの法則

第1章の直流回路で，オームの法則やキルヒホッフの法則について学んだ。起電力が時間とともに変化すると，抵抗に流れる電流もそれに伴って変化する。そのときにもつねにオームの法則やキルヒホッフの法則がなりたつであろうか。ここでは，そのことについて調べる。

(1) オームの法則

図15の回路で，電源の起電力を変化させると，電圧計・電流計の示す値が変わる。起電力 E[V]を変化させながら，任意の時刻に電圧計や電流計が示す値 E[V], I[A]を読み取り，$\dfrac{E\,[\mathrm{V}]}{I\,[\mathrm{A}]}$を計算すると，どの時刻の$\dfrac{E\,[\mathrm{V}]}{I\,[\mathrm{A}]}$も一定の値を示すことがわかる。

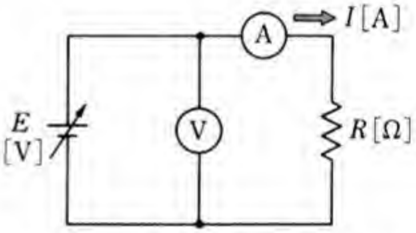
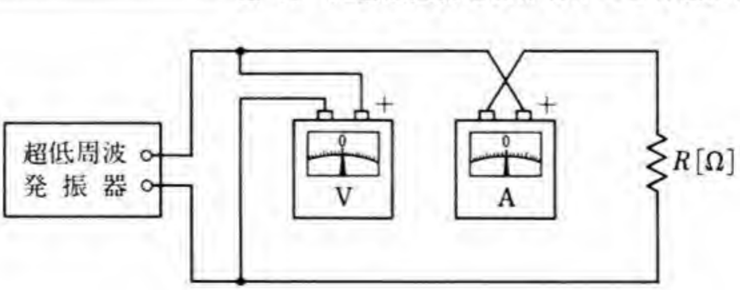


図 15　オームの法則の実験回路

図16は，交流回路における起電力 e[V]と，抵抗 R[Ω]に流れる電流 i[A]との関係を調べる実験回路の例である。超低周波発振器は，周波数が低い正弦波交流を発生する装置である。起電力や電流を測定する計器として，電流の向きが逆になったときには逆に振れる両振れの直流電圧計と直流電流計を使う。

図 16　正弦波交流におけるオームの法則の実験回路



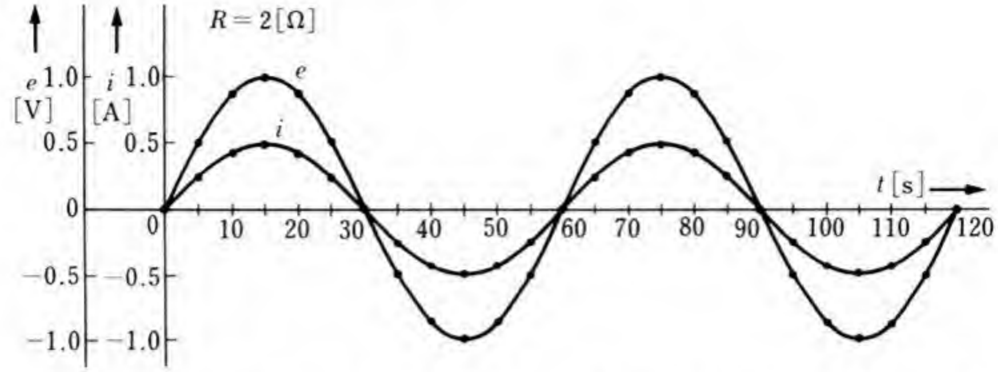


図 17　正弦波交流における e と i の関係を示す実験結果の例

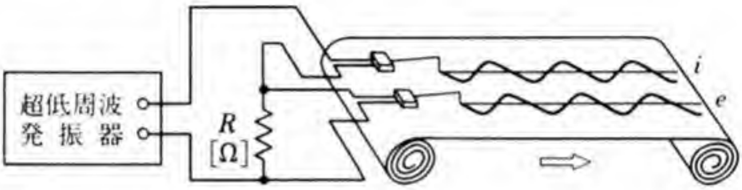


図 18　ペン書きオシログラフによる記録の例

図 17 は，図 16 の実験回路を使って，5 秒ごとに電圧計と電流計が示す値を記録したものである。各時刻の $\dfrac{e\,[\mathrm{V}]}{i\,[\mathrm{A}]}$ の値を計算すると，一定の値を示すことがわかる。

図 18 は超低周波発振器にペン書きオシログラフとよばれる装置を接続したもので，時間とともに変化する起電力や電流の波形を記録することができる。この場合にも，各時刻の $\dfrac{e\,[\mathrm{V}]}{i\,[\mathrm{A}]}$ の値を計算すると，つねに一定の値を示すことがわかる。

これらの実験から，起電力 $e(t)$[V] と抵抗に流れる電流 $i(t)$[A] の間には，任意の時刻において，次の関係がなりたつ。

$$i(t)=\frac{e(t)}{R} \qquad (19)$$

R [Ω] は抵抗で，(19) は，オームの法則が交流の場合にもなりたつことを示している。

（2） キルヒホッフの法則

キルヒホッフの第1法則は，正弦波交流の合成の項でも述べたように，電流の連続性から，交流の場合にもなりたつ。第2法則では，電源の起電力 $e(t)$[V] が時刻とともに変化すると，回路網の各抵抗の両端に生じる電位差 $v_{ij}(t)$[V] も時刻とともに変化する。その電位差と抵抗 R [Ω] に流れる電流 $i(t)$[A] との間には，オームの法則がなりたつことから，交流の場合にもキルヒホッフの第2法則がなりたつことがわかる。

問　題

1. 図2(a)において，コイルの巻数が N であれば，コイルに生じる起電力 e' [V] は，どのように表されるか。

2. 周波数と角周波数はどんな点が違うか。

3. ある交流の瞬時値 $i=\sqrt{2}\times 10\sin(2\pi\times 60t)$[A] から，この交流の実効値・最大値・周波数・周期を求めよ。

4. ある交流起電力の瞬時値 $e=141\sin\left(100\pi t-\dfrac{\pi}{6}\right)$ [V] から，この起電力の実効値・周期・位相角を求めよ。

5. 実効値5 [A]，周波数50[Hz]，位相角 $\dfrac{\pi}{3}$ の電流の瞬時値 i [A] を表してみよ。

6. 次の起電力と電流の最大値・実効値・周波数を求めよ。

(1) $100\cos\omega t$ [V]　　(2) $141\sin\dfrac{3}{4}t$ [V]

(3) $200\sin\dfrac{\pi}{30}t$ [V]　　(4) $A\sin(\omega t-\theta)$ [A]

2　R, L, C の働き

この節の目標　インダクタンスや静電容量は，交流が流れると，抵抗とは違った働きをする。

ここでは，交流回路における R, L, C の働きについて調べ，簡単な回路の計算法について学習する。

1. 抵抗だけの回路

図1のように，交流起電力 e [V] の電源に，抵抗 R [Ω] の抵抗器を接続した回路を考え，抵抗 R [Ω] の両端に生じる電位差 v_{12} [V] と，抵抗に流れる電流 i [A] との関係を求める。

交流起電力の瞬時値 $e=\sqrt{2}\,E\sin\omega t$ [V] は，つねに電源の両端の電位差 v_{12} [V] として現れる。したがって，

$$v_{12}=\sqrt{2}\,V\sin\omega t \qquad (1)$$

である。V [V] は，交流の電位差，すなわち交流電圧 v_{12} [V] の実効値で，$V=E$ である。そのとき抵抗に流れる電流 i [A] は，オームの法則から，次のように表される。

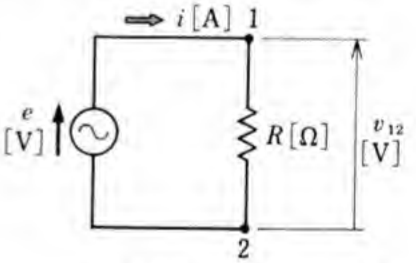


図 1　負荷が抵抗だけの回路

$$i=\frac{v_{12}}{R}=\sqrt{2}\,\frac{V}{R}\sin\omega t \qquad (2)$$

電流 i [A] の実効値を I [A] で表せば，(2) は次のように表される。

$$i=\sqrt{2}\,I\sin\omega t \qquad (3)$$

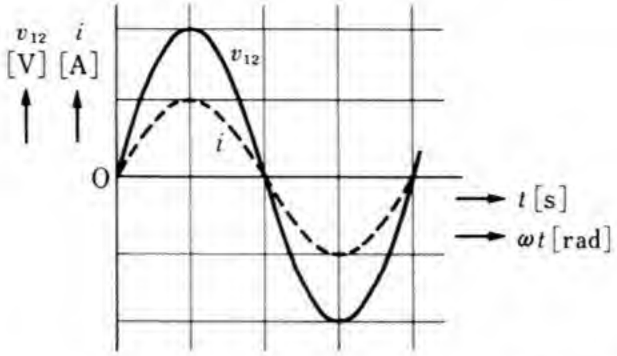


図 2　交流における抵抗の働き

したがって，電流と電圧の実効値の間には，次の関係がある。

$$I=\frac{V}{R} \qquad (4)$$

抵抗だけの回路においては，（1），（2）から，電圧と電流の位相差は0，すなわち同相であることがわかる。図2は，v_{12} [V] と i [A] の関係を示したものである。

問 1.　図1において，10 [Ω] の抵抗に $v_{12}=200\sqrt{2}\sin 100\pi t$ [V] の電圧が加わっているとき，次の問いに答えよ。

(1)　回路に流れる電流の瞬時値を表してみよ。

(2)　電圧・電流の実効値を求めよ。

問 2.　電気アイロンに抵抗線が入っている。50 [Hz]，100 [V] の電圧を加えると，3 [A] の電流が流れるという。抵抗は何オームか。

2.　インダクタンスだけの回路

図3のように，交流起電力 e [V] の電源に，インダクタンス L [H] のコイルを接続した回路を考え，コイルの両端に生じる電位差 v_{12} [V] と，コイルに流れる電流 i [A] との関係を求める。電位

差 v_{12} [V] には交流起電力 e [V] が現れるから，前項とまったく同じ理由で $v_{12}=e$ である。

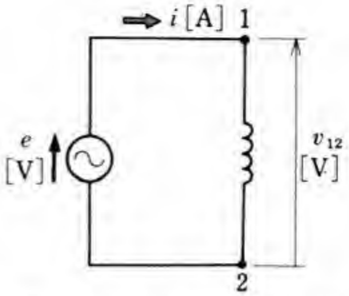


図 3　負荷がインダクタンスだけの回路

コイルに i [A] の電流が流れているとすると，この電流は時刻とともに変化するので，自己誘導のため，コイルには誘導起電力 e' [V] が発生する。

時刻 t において，コイルに i [A] の電流が流れているとすれば，その電流は時刻とともに変化するのであるから，コイルには誘導起電力 e' [V] が発生する。これは，162ページの（5）によれば，

$$e'=-L\frac{\Delta i}{\Delta t} \tag{5}$$

と書けたのであった。ここで，図3の回路にキルヒホッフの第2法則を適用する。抵抗が存在しないので，電圧降下は0である。回路中に含まれている起電力は，電源の起電力 e と誘導起電力 e' だから，任意の時刻で，

$$e+e'=0 \tag{6}$$

がなりたつ。(5)，(6) から，

$$e=L\frac{\Delta i}{\Delta t} \tag{7}$$

が導かれる。$t=0$ のとき $i=-\dfrac{\sqrt{2}\,E}{\omega L}$ であれば，(1)，(7) から，

$$i=\sqrt{2}\,\frac{E}{\omega L}\sin\left(\omega t-\frac{\pi}{2}\right) \tag{8}$$

が得られる*。

* （前ページの注）（7）から，

$$\varDelta i=\frac{\sqrt{2}\,E}{L}\sin\omega t\cdot\varDelta t$$

ここで，$\varDelta t=\frac{\pi}{n\omega}$ となるように，n を十分大きくとれば，$\varDelta t$ はいくらでも小さくなる。仮定から，

$t=0$ のとき

$$i=-\frac{\sqrt{2}\,E}{\omega L}$$

$t=\varDelta t$ では

$$\begin{aligned}i&=-\frac{\sqrt{2}\,E}{\omega L}+\varDelta i\\&=-\frac{\sqrt{2}\,E}{\omega L}+\frac{\sqrt{2}\,E}{L}\sin\omega\varDelta t\cdot\varDelta t\end{aligned}$$

$t=2\varDelta t$ では

$$\begin{aligned}i&=-\frac{\sqrt{2}\,E}{\omega L}+\frac{\sqrt{2}\,E}{L}\sin\omega\varDelta t\cdot\varDelta t\\&\qquad+\frac{\sqrt{2}\,E}{L}\sin 2\omega\varDelta t\cdot\varDelta t\\&=-\frac{\sqrt{2}\,E}{\omega L}+\frac{\sqrt{2}\,E}{L}\varDelta t(\sin\omega\varDelta t+\sin 2\omega\varDelta t)\end{aligned}$$

………………………………

$t=m\varDelta t\left(=\frac{m\pi}{n\omega}\right)$ では

$$\begin{aligned}i&=-\frac{\sqrt{2}\,E}{\omega L}+\frac{\sqrt{2}\,E}{L}\varDelta t\,(\sin\omega\varDelta t+\sin 2\omega\varDelta t+\cdots\cdots\\&\qquad+\sin m\omega\,\varDelta t)\\&=-\frac{\sqrt{2}\,E}{\omega L}+\frac{\sqrt{2}\,E}{L}\varDelta t\,\frac{\sin\left(\frac{m}{2}\omega\varDelta t\right)\sin\left(\frac{m+1}{2}\omega\varDelta t\right)}{\sin\frac{\omega\varDelta t}{2}}\\&=-\frac{\sqrt{2}\,E}{\omega L}+\frac{\sqrt{2}\,E}{L}\varDelta t\,\frac{\sin\frac{\pi m}{2n}\sin\left(\frac{\pi m}{2n}+\frac{\omega}{2}\varDelta t\right)}{\sin\frac{\omega\varDelta t}{2}}\\&=-\frac{\sqrt{2}\,E}{\omega L}+\frac{\sqrt{2}\,E}{\omega L}\frac{\sin\frac{\omega}{2}t\,\sin\left(\frac{\omega t}{2}+\frac{\omega}{2}\varDelta t\right)}{\dfrac{\sin\frac{\omega}{2}\,\varDelta t}{\omega\varDelta t}}\end{aligned}$$

だから，$\varDelta t\to 0$ とすれば

$$\begin{aligned}i&\to\frac{\sqrt{2}\,E}{\omega L}\left(-1+2\sin^2\frac{\omega t}{2}\right)=-\frac{\sqrt{2}\,E}{\omega L}\cos\omega t\\&=\frac{\sqrt{2}\,E}{\omega L}\sin\left(\omega t-\frac{\pi}{2}\right)\end{aligned}$$

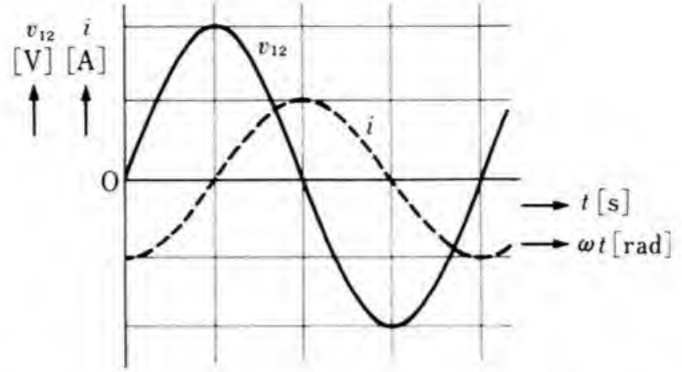


図 4 交流におけるインダクタンスの働き

電流 i [A] の実効値を I [A] で表せば，（8）は次のように表される。

$$i=\sqrt{2}\,I\sin\left(\omega t-\frac{\pi}{2}\right) \qquad (9)$$

交流の電位差，すなわち交流電圧 v_{12} [V] の実効値を V [V] で表せば，V=E である。電流と電圧の実効値の間には，次の関係がある。

$$I=\frac{V}{\omega L} \qquad (10)$$

図 4 は，v_{12} [V] と i [A] の関係を示したものである。

〔例〕 図 3 において，角周波数 ω が 100π [rad/s]，インダクタンス L が 1 [H]，電流 I が 1 [A] とすると，回路に加わっている電圧 v_{12} の実効値 V は，$V=\omega LI=100\pi\times1\times1=314$ [V] である。

（1）と（9）を比べると，電流 i [A] は電圧 v_{12} [V] より $\frac{\pi}{2}$ [rad] だけ位相が遅れていることになる。このことを，「L の回路では**遅れ電流**（lagging current）が流れる」という。

図 3 の回路において，コイルの両端に加わる電圧 V [V] を一定

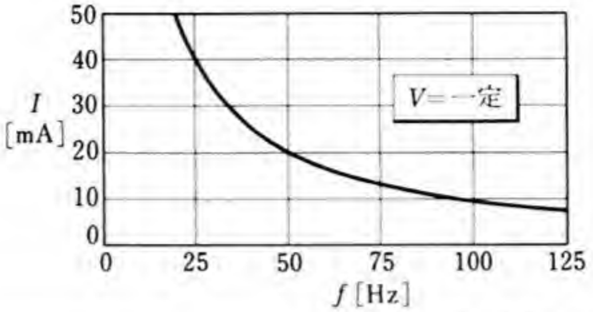


図 5　電流と周波数の関係

にしておき，周波数をしだいに高くしていくと，電流 I[A] は図5のように減少する。その理由は，(10) からわかるように，電流が次のように表されるからである。

$$I=\frac{V}{\omega L}=\frac{V}{2\pi fL} \qquad (11)$$

ここで，電圧 V [V] のもとに，電流 I [A] が流れているとすれば，ωL は $\frac{V}{I}$ で表されるので，ωL の単位は [Ω] で表すことができる。この ωL を**誘導リアクタンス** (inductive reactance) といい，X_L [Ω] で表す。

この X_L の値は，次のように表される。

$$X_L=\omega L=2\pi fL \qquad (12)$$

X_L の値は，周波数 f [Hz] に比例して増加するので，電流 I は周波数に反比例して減少する。

問 3. 誘導リアクタンスの回路では，電圧と電流の位相を比べると，どちらの位相がどれだけ遅れているか。

問 4. 図3のインダクタンス L が 20 [mH] であれば，周波数 f が 50 [Hz] および 60 [Hz] の交流に対する誘導リアクタンス X_L は，それぞれいくらか。

問 5. 図3の回路で，電圧 V が 100 [V]，周波数 f が 50 [Hz]，電流 I が 60 [mA] であるという。誘導リアクタンス X_L およびインダクタンス L はいくらか。

3. 静電容量だけの回路

図6のように，交流起電力 e [V] の電源に，静電容量 C [F] のコンデンサを接続した回路を考え，コンデンサの両端に生じる電位差 v_{12} [V] と，コンデンサに流れる電流 i [A] との関係を求める。

電位差 v_{12} [V] には，交流起電力 e [V] が現れるから，前項とまったく同じ理由で，$v_{12}=e$ である。

C [F] のコンデンサには，Cv_{12} [C] の電荷が蓄えられる。これを q と書けば，電荷 q [C] は電位差 v_{12} [V] に比例するから，

$$v_{12}=\sqrt{2}\,V\sin\omega t \qquad (13)$$

で示す電位差が生じるときに蓄えられる電荷は，

$$q=Cv_{12}=\sqrt{2}\,CV\sin\omega t \qquad (14)$$

と表される。このとき流れる電流 i [A] は，7ページの（2）によれば，電荷 q [C] の時間的変化であるから，

$$i=\frac{\Delta q}{\Delta t} \qquad (15)$$

と書ける。時刻 $t+\Delta t$ における電荷は，$\sqrt{2}\,CV\sin\omega(t+\Delta t)$ であるから，Δt 秒間における電荷の増加量 Δq は，次のように表される。

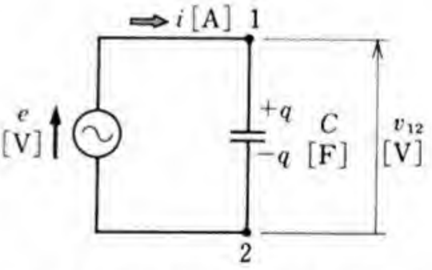


図6 負荷が静電容量だけの回路

$$\Delta q=\sqrt{2}\,CV\sin\omega(t+\Delta t)-\sqrt{2}\,CV\sin\omega t$$
$$=\sqrt{2}\,CV\{\sin\omega(t+\Delta t)-\sin\omega t\} \qquad (16)$$

だから，Δt が限りなく0に近づくときの (16) の i の値は，次のように表される。

$$i=\frac{\Delta q}{\Delta t}=\sqrt{2}CV\frac{\sin\omega(t+\Delta t)-\sin\omega t}{\Delta t} \qquad (17)$$

ところで，

$$\frac{\sin\omega(t+\Delta t)-\sin\omega t}{\Delta t}$$

$$=\frac{2\cos\omega\left(t+\dfrac{\Delta t}{2}\right)\sin\omega\dfrac{\Delta t}{2}}{\Delta t}\quad *$$

$$=\omega\cos\omega\left(t+\frac{\Delta t}{2}\right)\frac{\sin\omega\dfrac{\Delta t}{2}}{\omega\dfrac{\Delta t}{2}} \qquad (18)$$

がなりたつが，Δt を限りなく 0 に近づけると，$\cos\omega\left(t+\dfrac{\Delta t}{2}\right)$ は限りなく $\cos\omega t$ に近づく。また，$\omega\dfrac{\Delta t}{2}=\theta$ とおけば，Δt を限りなく 0 に近づけると，θ も限りなく 0 に近づき，

$$\frac{\sin\omega\dfrac{\Delta t}{2}}{\omega\dfrac{\Delta t}{2}}=\frac{\sin\theta}{\theta}$$

は限りなく 1 に近づく**。したがって，(18) の左辺の値は $\omega\cos\omega t$

---

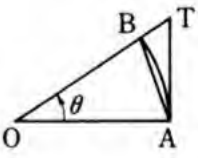
* 三角関数の公式　$2\cos\alpha\sin\beta=\sin(\alpha+\beta)-\sin(\alpha-\beta)$ を使って，計算で求めることができる。

** θ を $0<\theta<\frac{\pi}{2}$ の範囲で考える。中心角が θ，半径が 1 の扇形 OAB をかく。点 A における円の接線と OB の延長との交点を T とする。そのとき，

△OAB の面積＜扇形 OAB の面積 ＜△OAT の面積

は明らかである。すなわち，

$$\frac{1}{2}\sin\theta<\frac{1}{2}\theta<\frac{1}{2}\tan\theta$$



ゆえに，

$$\sin\theta<\theta<\tan\theta$$

である。$\sin\theta>0$　であるから，両辺を $\sin\theta$ で割って，その逆数をとると，

$$1>\frac{\sin\theta}{\theta}>\cos\theta$$

が得られる。θ を限りなく 0 に近づけると，$\cos\theta$ も限りなく 1 に近づく。したがって，$\dfrac{\sin\theta}{\theta}$ も限りなく 1 に近づく。

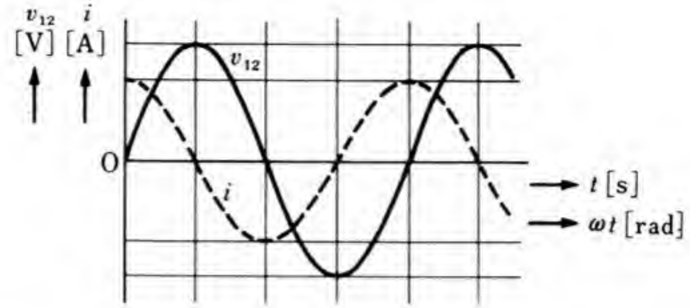


図 7　交流における静電容量の働き

に限りなく近づく。

Δt を限りなく0に近づけると，(17) の i の値は $\sqrt{2}\,\omega CV\cos\omega t$ に限りなく近づくから，次のように表される。

$$i=\sqrt{2}\,\omega CV\sin\left(\omega t+\frac{\pi}{2}\right) \tag{19}$$

電流 i [A] の実効値を I [A] で表せば，(19) は次のように表される。

$$i=\sqrt{2}\,I\sin\left(\omega t+\frac{\pi}{2}\right) \tag{20}$$

したがって，電流と電圧の実効値の間には，次の関係がある。

$$I=\omega CV=2\pi fCV \tag{21}$$

図7は，v_{12} [V] と i [A] の関係を示したものである。

〔例〕 図6において，電圧 V が 100 [V]，静電容量 C が 1 [μF]，角周波数 ω が 100π [rad/s] であれば，回路を流れる電流の大きさ I は，$I=100\pi\times1\times10^{-6}\times100=3.14\times10^{-2}$ [A] である。

(21) から，$\dfrac{V}{I}$ を求めると，次のように表される。

$$\frac{V}{I}=\frac{1}{\omega C}=\frac{1}{2\pi fC}=X_C \tag{22}$$

ここで，X_C は，抵抗と同じく [Ω] の単位をもち，**容量リアクタン**

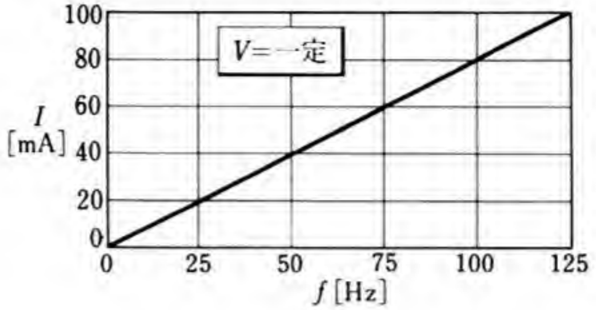


図 8　電流と周波数の関係

ス (capacitive reactance) という。

（1）と (20) を比べると，電流 i [A] は電圧 v [V] より $\frac{\pi}{2}$ [rad] だけ位相が進んでいることになる。このことを，「C の回路では**進み電流** (leading current) が流れる」という。

図 6 の回路で，コンデンサに加わる電圧 V [V] を一定にしておき，周波数と電流の実効値との関係を調べると，その関係は図 8 で表される。

その理由は，(21) からわかるように，電流 I [A] は周波数 f [Hz] に比例するからである。

問 6. 容量リアクタンスの回路では，電流と電圧の位相を比べると，どちらの位相がどれだけ進んでいるか。

問 7. コンデンサの静電容量 C が 20 [μF] であれば，周波数 f が 50 [Hz] および 60 [Hz] の交流に対する容量リアクタンス X_C は，それぞれいくらか。

問 8. 図 6 において，電圧が 100 [V]，周波数が 50 [Hz]，電流が 60 [mA] であるという。容量リアクタンス X_C はいくらか。また，静電容量 C はいくらか。

問 9. あるコンデンサに，周波数 50 [Hz] の正弦波交流を加えたとき，容量リアクタンスが 20 [Ω] であったという。このコンデンサの静電容量はいくらか。

4. RL 直列回路

図9(a)のように，R [Ω] の抵抗器と L [H] のコイルを直列に接続した回路を **RL 直列回路** という。この回路に，(23) に示す電圧 v [V] を加える。

$$v=\sqrt{2}\,V\sin\omega t \tag{23}$$

このとき，R, L にかかる電圧 v_R, v_L [V] は，(24) で表される*。

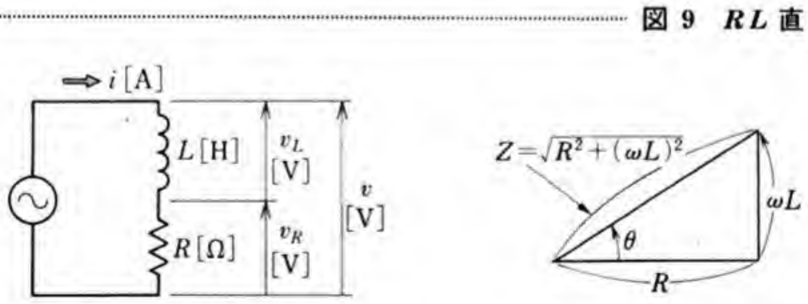
$$\left.\begin{aligned} v_R&=\sqrt{2}\,V_R\sin(\omega t+\theta_1)\\ v_L&=\sqrt{2}\,V_L\sin(\omega t+\theta_2)\end{aligned}\right\} \tag{24}$$

抵抗 R の部分に着目すると，単独の R に正弦波交流電圧 v_R がかかっているのだから，「抵抗だけの回路」で学んだように，そこに流れる電流 i_R は，v_R と同相であり，次のように表される。

$$i_R=\frac{\sqrt{2}\,V_R}{R}\sin(\omega t+\theta_1) \tag{25}$$

また，インダクタンス L の部分に着目すると，単独の L に正弦波交流電圧がかかっているのだから，「インダクタンスだけの回路」で学んだように，そこに流れる電流 i_L は，v_L より位相が $\frac{\pi}{2}$ だけ遅

図9 RL 直列回路



(a)　　(b) インピーダンス三角形

* R, L, C が直列に接続されている回路に，正弦波交流電圧が加わっているとき，それぞれの R, L, C に加わる電圧も正弦波交流電圧であることは，理論的にも実験的にも確かめられている。証明は，程度を超えるので省略する。

れるので，次のように表される。

$$i_L=\frac{\sqrt{2}\,V_L}{\omega L}\sin\left(\omega t+\theta_2-\frac{\pi}{2}\right) \tag{26}$$

電流の連続性により，$i_R=i_L$ だから，次の関係が得られる。

$$V_L=\frac{\omega L}{R}V_R,\qquad \theta_2=\theta_1+\frac{\pi}{2} \tag{27}$$

(24) と (27) から，v_R+v_L を作ると，

$$v_R+v_L=\sqrt{2}\,V_R\sin(\omega t+\theta_1)+\sqrt{2}\,V_R\frac{\omega L}{R}\sin\left(\omega t+\theta_1+\frac{\pi}{2}\right)$$

$$=\frac{\sqrt{2}\,V_R}{R}\{R\sin(\omega t+\theta_1)+\omega L\cos(\omega t+\theta_1)\}$$

$$\left.\begin{aligned}&=\frac{\sqrt{2}\,V_R}{R}\sqrt{R^2+(\omega L)^2}\sin(\omega t+\theta_1+\theta)\\ &\text{ただし，}\quad \theta=\tan^{-1}\frac{\omega L}{R}\end{aligned}\right\} \tag{28}$$

この θ は，図 9 (b) に示す角である。

$v=v_R+v_L$ だから，(23) と (28) を比べることによって，

$$V_R=\frac{VR}{\sqrt{R^2+(\omega L)^2}},\qquad \theta_1=-\theta$$

が得られる。したがって，v_R, v_L は (29) で表される。

$$\left.\begin{aligned}v_R&=\frac{\sqrt{2}\,VR}{\sqrt{R^2+(\omega L)^2}}\sin(\omega t-\theta)\\ v_L&=\frac{\sqrt{2}\,V\omega L}{\sqrt{R^2+(\omega L)^2}}\sin\left(\omega t-\theta+\frac{\pi}{2}\right)\end{aligned}\right\} \tag{29}$$

この回路に流れる電流 i [A] は，$i=i_R=i_L$ だから，次のように表される。

$$i=\frac{v_R}{R}=\frac{\sqrt{2}\,V}{\sqrt{R^2+(\omega L)^2}}\sin(\omega t-\theta) \tag{30}$$

もちろん $\theta=\tan^{-1}\dfrac{\omega L}{R}$ である。

(1) インピーダンス

(30) の電流 i [A] の実効値 I [A] と V [V] の間に，次の関係がある。

$$I=\frac{V}{\sqrt{R^2+(\omega L)^2}} \qquad (31)$$

ここで，$\dfrac{V}{I}$ を**インピーダンス** (impedance) といい，Z [Ω] で表す。したがって，Z は次のように表される。

$$Z=\sqrt{R^2+(\omega L)^2} \qquad (32)$$

〔例〕 抵抗 R が 3 [Ω]，誘導リアクタンス ωL が 4 [Ω]，電圧 V が 10 [V] であれば，インピーダンス Z および電流 I は，
$Z=\sqrt{R^2+(\omega L)^2}=\sqrt{3^2+4^2}=5$ [Ω]，$I=\dfrac{V}{Z}=\dfrac{10}{5}=2$ [A] である。

(2) インピーダンス角

回路に流れる電流 i に対する回路に加わる電圧 v の位相の進み θ を，この回路の**インピーダンス角** (impedance angle) という。図 9 (a) の RL 直列回路におけるインピーダンス角 θ は，図 (b) から，次のように表される。

$$\theta=\tan^{-1}\frac{\omega L}{R} \qquad (33)$$

θ は，$-\dfrac{\pi}{2}\leqq\theta\leqq\dfrac{\pi}{2}$ の範囲の値をとるが，RL 直列回路では $\theta>0$ である。

(33) からわかるように，RL 直列回路においては，電圧 v の位相は電流 i より θ だけ進む。

なお，図 9 (b) に示す R, ωL, ならびに Z, θ からなる三角形は，一般に**インピーダンス三角形**とよばれる。

5. RC 直列回路

図 10 (a) のように，$R[\Omega]$ の抵抗器と $C[\mathrm{F}]$ のコンデンサを直列に接続した回路を **RC 直列回路**という。この回路に，(34) に示す電圧 $v[\mathrm{V}]$ を加える。

$$v=\sqrt{2}\,V\sin\omega t \tag{34}$$

このとき，R, C にかかる電圧 v_R, $v_C[\mathrm{V}]$ は，(35) で表される。

$$\left.\begin{aligned} v_R&=\sqrt{2}\,V_R\sin(\omega t+\theta_1)\\ v_C&=\sqrt{2}\,V_C\sin(\omega t+\theta_2)\end{aligned}\right\} \tag{35}$$

R に流れる電流 i_R, および C に流れる電流 i_C は (36) で表される。

$$\left.\begin{aligned} i_R&=\frac{\sqrt{2}\,V_R}{R}\sin(\omega t+\theta_1)\\ i_C&=\frac{\sqrt{2}\,V_C}{\dfrac{1}{\omega C}}\sin\left(\omega t+\theta_2+\frac{\pi}{2}\right)\end{aligned}\right\} \tag{36}$$

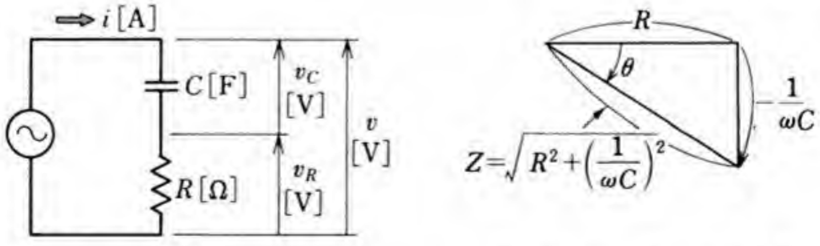
電流の連続性により，$i_R=i_C$ だから，次の関係が得られる。

$$V_C=\frac{1}{\omega CR}V_R,\qquad \theta_2=\theta_1-\frac{\pi}{2} \tag{37}$$

(35) と (37) から，v_R+v_C を作ると，

$$v_R+v_C=\sqrt{2}\,V_R\sin(\omega t+\theta_1)+\sqrt{2}\,V_R\frac{1}{\omega CR}\sin\left(\omega t+\theta_1-\frac{\pi}{2}\right)$$

図 10　RC 直列回路



(a)　(b) インピーダンス三角形

$$
\left.
\begin{aligned}
&= \frac{\sqrt{2}\,V_R}{R}\left\{R\sin(\omega t+\theta_1)-\frac{1}{\omega C}\cos(\omega t+\theta_1)\right\} \\
&= \frac{\sqrt{2}\,V_R}{R}\sqrt{R^2+\left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}\sin(\omega t+\theta_1+\theta) \\
&\text{ただし，}\ \theta=\tan^{-1}\frac{-\dfrac{1}{\omega C}}{R}=-\tan^{-1}\frac{1}{\omega CR}
\end{aligned}
\right\} \quad (38)
$$

この θ は，図10(b)に示す角である。

$v=v_R+v_C$ だから，(34) と (38) を比べることによって，

$$V_R=\frac{VR}{\sqrt{R^2+\left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}}, \qquad \theta_1=-\theta$$

が得られる。したがって，v_R, v_C は (39) で表される。

$$
\left.
\begin{aligned}
v_R&=\frac{\sqrt{2}\,VR}{\sqrt{R^2+\left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}}\sin(\omega t-\theta) \\
v_C&=\frac{\sqrt{2}\,V\dfrac{1}{\omega C}}{\sqrt{R^2+\left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}}\sin\left(\omega t-\theta-\frac{\pi}{2}\right)
\end{aligned}
\right\} \quad (39)
$$

この回路に流れる電流 i[A] は，次のように表される。

$$i=\frac{v_R}{R}=\frac{\sqrt{2}\,V}{\sqrt{R^2+\left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}}\sin(\omega t-\theta) \qquad (40)$$

もちろん　$\theta=-\tan^{-1}\dfrac{1}{\omega CR}$　である。

（1） インピーダンス

(40)の電流 i[A] の実効値 I[A] と V[V] の間に，次の関係がある。

$$I=\frac{V}{\sqrt{R^2+\left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}} \qquad (41)$$

したがって，インピーダンス $Z[\Omega]$ は，次のように表される。

$$Z=\sqrt{R^2+\left(\frac{1}{\omega C}\right)^2} \tag{42}$$

〔例〕 抵抗 R が 6 [Ω]，容量リアクタンス $\dfrac{1}{\omega C}$ が 8 [Ω]，電圧 V が 100 [V] であれば，インピーダンス Z および電流 I は，

$$Z=\sqrt{R^2+\left(\frac{1}{\omega C}\right)^2}=\sqrt{6^2+8^2}=10\ [\Omega],\qquad I=\frac{V}{Z}=\frac{100}{10}=10\ [\mathrm{A}]$$

である。

(2) インピーダンス角

図 10 (a) の RC 直列回路におけるインピーダンス角 θ は，図 (b) から，次のように表される。

$$\theta=\tan^{-1}\frac{-\dfrac{1}{\omega C}}{R}=-\tan^{-1}\frac{1}{\omega CR} \tag{43}$$

θ は，$-\dfrac{\pi}{2}\leqq\theta\leqq\dfrac{\pi}{2}$ の範囲の値をとるが，RC 直列回路では $\theta<0$ である。

(43) からわかるように，RC 直列回路においては，$\theta<0$ であるから，電圧 v の位相は電流 i より $|\theta|$ だけ遅れる。

6. RLC 直列回路

図 11 (a) のように，R, L, C を直列に接続した回路を **RLC 直列回路**という。この回路に，(44) に示す電圧 $v[\mathrm{V}]$ を加える。

$$v=\sqrt{2}\,V\sin\omega t \tag{44}$$

このとき，R, L, C にかかる電圧 v_R, v_L, $v_C\,[\mathrm{V}]$ は，(45) で表される。

$$\left.\begin{aligned} v_R &= \sqrt{2}\,V_R\sin(\omega t+\theta_1) \\ v_L &= \sqrt{2}\,V_L\sin(\omega t+\theta_2) \\ v_C &= \sqrt{2}\,V_C\sin(\omega t+\theta_3) \end{aligned}\right\} \tag{45}$$

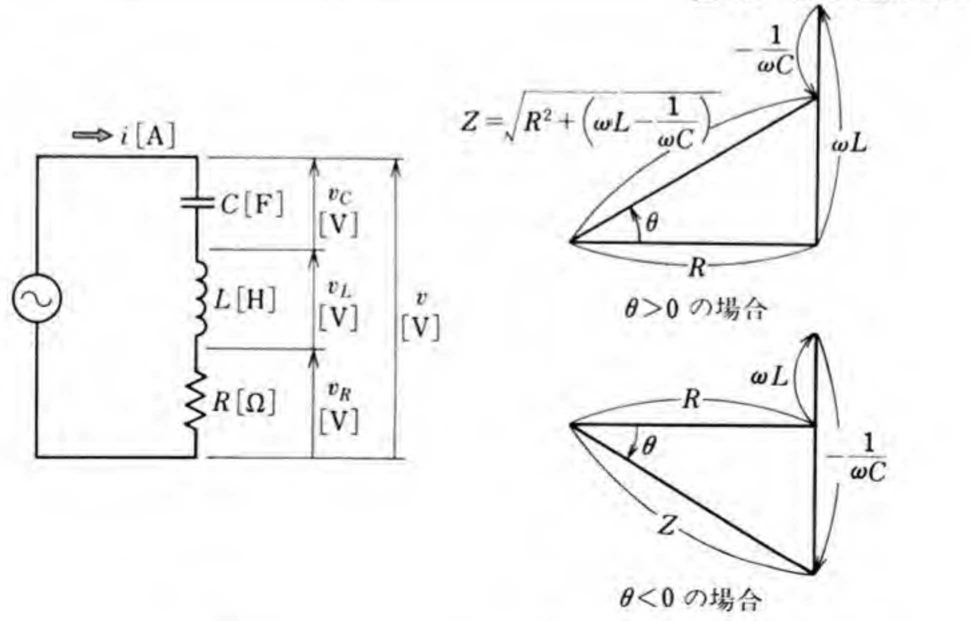
R に流れる電流 i_R, L に流れる電流 i_L, および C に流れる電流 i_C は (46) で表される。

$$\left.\begin{aligned} i_R &= \frac{\sqrt{2}\,V_R}{R}\sin(\omega t+\theta_1) \\ i_L &= \frac{\sqrt{2}\,V_L}{\omega L}\sin\left(\omega t+\theta_2-\frac{\pi}{2}\right) \\ i_C &= \frac{\sqrt{2}\,V_C}{\dfrac{1}{\omega C}}\sin\left(\omega t+\theta_3+\frac{\pi}{2}\right) \end{aligned}\right\} \tag{46}$$

電流の連続性により, $i_R=i_L=i_C$ だから, 次の関係が得られる。

$$\left.\begin{aligned} &V_L=\frac{\omega L}{R}V_R,\quad V_C=\frac{1}{\omega CR}V_R \\ &\theta_2=\theta_1+\frac{\pi}{2},\quad \theta_3=\theta_1-\frac{\pi}{2} \end{aligned}\right\} \tag{47}$$

図 11 *RLC* 直列回路



(a)

(b) インピーダンス三角形

(45) と (47) から $v_R+v_L+v_C$ を作ると，

$$
\begin{aligned}
&v_R+v_L+v_C\\
&=\sqrt{2}\,V_R\sin(\omega t+\theta_1)+\sqrt{2}\,V_R\left(\frac{\omega L}{R}-\frac{1}{\omega CR}\right)\cos(\omega t+\theta_1)\\
&=\frac{\sqrt{2}\,V_R}{R}\left\{R\sin(\omega t+\theta_1)+\left(\omega L-\frac{1}{\omega C}\right)\cos(\omega t+\theta_1)\right\}\\
&=\frac{\sqrt{2}\,V_R}{R}\sqrt{R^2+\left(\omega L-\frac{1}{\omega C}\right)^2}\sin(\omega t+\theta_1+\theta)
\end{aligned}
$$

$$
\text{ただし，}\ \theta=\tan^{-1}\frac{\omega L-\dfrac{1}{\omega C}}{R} \qquad (48)
$$

この θ は，図 11 (b) に示す角である。

$v=v_R+v_L+v_C$ であるから，(44) と (48) を比べることによって，

$$
V_R=\frac{VR}{\sqrt{R^2+\left(\omega L-\dfrac{1}{\omega C}\right)^2}},\qquad \theta_1=-\theta
$$

が得られる。したがって，v_R, v_L, v_C は (49) で表される。

$$
\left.
\begin{aligned}
v_R&=\frac{\sqrt{2}\,VR}{\sqrt{R^2+\left(\omega L-\dfrac{1}{\omega C}\right)^2}}\sin(\omega t-\theta)\\
v_L&=\frac{\sqrt{2}\,V\omega L}{\sqrt{R^2+\left(\omega L-\dfrac{1}{\omega C}\right)^2}}\sin\left(\omega t-\theta+\frac{\pi}{2}\right)\\
v_C&=\frac{\sqrt{2}\,V\dfrac{1}{\omega C}}{\sqrt{R^2+\left(\omega L-\dfrac{1}{\omega C}\right)^2}}\sin\left(\omega t-\theta-\frac{\pi}{2}\right)
\end{aligned}
\right\} \qquad (49)
$$

この回路に流れる電流 i[A] は，次のように表される。

$$
i=\frac{v_R}{R}=\frac{\sqrt{2}\,V}{\sqrt{R^2+\left(\omega L-\dfrac{1}{\omega C}\right)^2}} \qquad (50)
$$

もちろん　$\theta=\tan^{-1}\dfrac{\omega L-\dfrac{1}{\omega C}}{R}$　である。

(1) インピーダンスとインピーダンス角

(50) の電流 i[A] の実効値 I[A] と V[V] の間に，次の関係がある。

$$I=\frac{V}{\sqrt{R^2+\left(\omega L-\dfrac{1}{\omega C}\right)^2}} \qquad (51)$$

インピーダンス Z[Ω] は，次のように表される。

$$Z=\sqrt{R^2+\left(\omega L-\dfrac{1}{\omega C}\right)^2} \qquad (52)$$

また，インピーダンス角 θ は，次のように表される。

$$\theta=\tan^{-1}\frac{\omega L-\dfrac{1}{\omega C}}{R} \qquad (53)$$

θ は，$-\dfrac{\pi}{2}\leqq\theta\leqq\dfrac{\pi}{2}$ の範囲の値をとる。

(53) から，次のことがいえる。

① $\omega L>\dfrac{1}{\omega C}$ のとき，インピーダンス角 θ は正である。すなわち，$\theta>0$ の場合，回路全体としては，RL 直列回路と同じように，電流の位相が電圧の位相より遅れるという性質がある。この性質を**誘導性**という。

② $\omega L=\dfrac{1}{\omega C}$ のとき，インピーダンス角 θ は 0[rad] である。すなわち，$\theta=0$ の場合，回路全体としては，R だけの回路と同じように，電流と電圧は同相である。

③ $\omega L<\dfrac{1}{\omega C}$ のとき，インピーダンス角 θ は負である。すなわち，$\theta<0$ の場合，回路全体としては，RC 直列回路と同じように，電流の位相が電圧の位相より進むという性質がある。この性質を**容量性**という。

(2) 回路の共振と共振周波数

図 11 (a) に示す RLC 直列回路において，角周波数 ω が 0 から∞まで変化する場合，(51) からわかるように，$\omega L=\dfrac{1}{\omega C}$ のとき，電流 I は最大となる。周波数 f の変化に伴う電流 I の変化の例を図 12 (a) に示す。ωL，$\dfrac{1}{\omega C}$，$\left|\omega L-\dfrac{1}{\omega C}\right|$ の値は，図 (b) に示すように変化する。このように，いろいろな量が周波数によってどのように変わるかを表したものを，その量の**周波数特性**という。

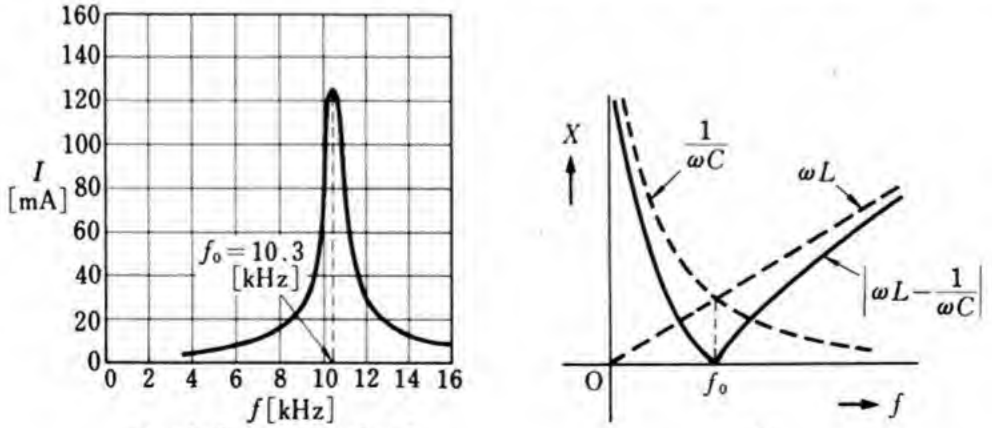
$\omega L=\dfrac{1}{\omega C}$ になるときの周波数 f_0 を **共振周波数** (resonance frequency) という。共振周波数は，次の関係から求められる。

$$\omega_0 L=\frac{1}{\omega_0 C},\quad \omega_0{}^2=(2\pi f_0)^2=\frac{1}{LC}$$

ゆえに，
$$f_0=\frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \tag{54}$$

共振時には，L の両端の電圧 V_L [V] と，C の両端の電圧 V_C [V] とは等しく，負荷全体に加わる電圧 V [V] と R の両端の電圧 V_R [V] とは等しく，$\dfrac{V_L}{V}$ の値を Q とすれば，次のように表される。

図 12　*RLC* 直列共振回路の共振特性



$V=1$ [V]，$C=0.06$ [μF]，$L=4$ [mH]，$R=8$ [Ω]

(a)　(b)

$$V_L=\omega_0 LI,\ \ V_C=\frac{1}{\omega_0 C}I,\ \ V_L=V_C$$

$$\frac{V_L}{V}=\frac{V_C}{V}=\frac{\omega_0 L}{R}=\frac{1}{\omega_0 CR}=Q$$

Q は回路の良さ，または**回路の Q** とよばれる。

> **例題 1.** $\omega L=\dfrac{1}{\omega C}=1000\,[\Omega]$，$R=5\,[\Omega]$ である。負荷全体に加わる電圧を $V\,[\mathrm{V}]$ としたときの，V_L，V_C および Q の値を求めよ。

解答

$$V_L=\omega LI_0=1000\times\frac{V}{5}=200\,V\,[\mathrm{V}]$$

$$V_C=\frac{1}{\omega C}I_0=1000\times\frac{V}{5}=200\,V\,[\mathrm{V}]$$

$$Q=\frac{V_L}{V}=\frac{V_C}{V}=\frac{200\,V}{V}=200$$

問　　題

1. 100 [mH] のインダクタンスに，周波数 50 [Hz] の電圧 100 [V] を加えた。流れる電流はいくらか。
2. 10 [μF] の静電容量に，周波数 60 [Hz] の電圧 100 [V] を加えた。流れる電流はいくらか。
3. 負荷が抵抗だけの交流回路で，電圧を一定のまま，電源の周波数を変化させた。電流はどのように変わるか。
4. 負荷がインダクタンスだけの交流回路で，電流が周波数に対し，図5に示すように変化するとき，誘導リアクタンス X_L は，周波数に対しどのように変化するか。また，周波数が 50 [Hz]，100 [Hz] のときの X_L はそれぞれいくらか。ただし，電圧は 20 [V] とする。
5. 負荷が静電容量だけの交流回路で，電流が周波数に対し，図8に示す

ように変化するとき，容量リアクタンス X_C は，周波数に対しどのように変化するか。また，周波数が 50 [Hz]，100 [Hz] のときの X_C はそれぞれいくらか。ただし，電圧は 20 [V] とする。

6. コイルに 100 [V] の交流電圧を加えたら，10 [A] の電流が流れ，電圧と電流の位相差は $\frac{\pi}{3}$[rad] であった。このコイルの抵抗 R と誘導リアクタンス X_L を求めよ。

7. 24 [Ω] の抵抗と，あるコンデンサとを直列に接続し，これに周波数 50 [Hz] の電圧 100 [V] を加えたら，4 [A] の電流が流れた。このときの容量リアクタンスと静電容量はいくらか。

8. 図 13 に示す回路がある。この回路の共振周波数，共振時の V_R, V_L, V_C [V]，回路の Q は，それぞれいくらか。

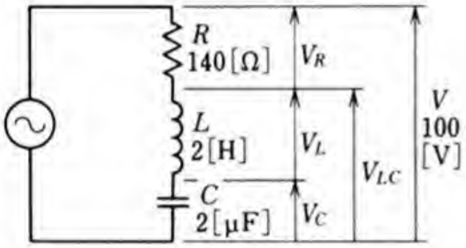


図 13

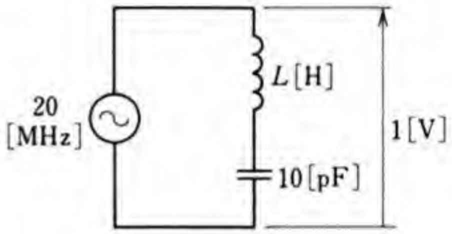


図 14

9. 図 14 の回路で，周波数が 20 [MHz] のとき共振したとすると，この回路のインダクタンス L はいくらか。

3 交流電力

この節の目標　交流回路では，電圧や電流は実効値で表されることが多いが，その積が直ちに消費電力を表すとは限らない。この節では，交流電圧と電流の関係についての知識をもとにして，交流回路の電力について学ぶ。

1. 交流の電力と力率

ここでは，RLC 直列回路を例にあげて，交流回路の電力について学ぶ。

(1) 交流電力の表し方

図1(a)のような RLC 直列回路に，電圧 $v=\sqrt{2}\,V\sin\omega t$ [V] を加えたとき，回路に流れる電流 i [A] は，次のように表される。

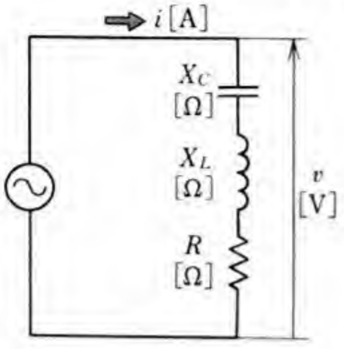
$$i=\frac{\sqrt{2}\,V}{Z}\sin(\omega t-\theta)=\sqrt{2}\,I\sin(\omega t-\theta) \qquad (1)$$

ここで，$Z=\sqrt{R^2+(X_L-X_C)^2}$，$I=\dfrac{V}{Z}$，$\theta=\tan^{-1}\dfrac{X_L-X_C}{R}$ である。回路で，各瞬間に消費される電力 p [W] は，**瞬時電力** (momentary power) とよばれ，次のように表される。

$$p=vi=\sqrt{2}\,V\sin\omega t\cdot\sqrt{2}\,I\sin(\omega t-\theta)$$
$$=2\,VI\sin\omega t\sin(\omega t-\theta)=VI\cos\theta-VI\cos(2\,\omega t-\theta) \qquad (2)^*$$

電圧 v，電流 i，瞬時電力 p の各波形は，図(b)の(ア)になる。瞬時電力 p を表す(2)の第1項は，時間 t には無関係な量であり，

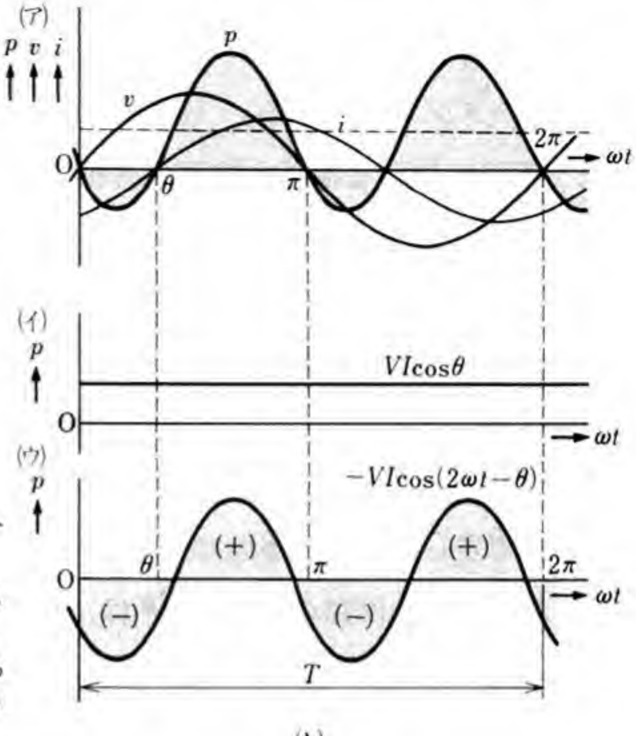
* 三角関数の公式　$-2\sin\alpha\sin\beta=\cos(\alpha+\beta)-\cos(\alpha-\beta)$ から，$2\sin\alpha\sin\beta=\cos(\alpha-\beta)-\cos(\alpha+\beta)$ を使って，計算で求めることができる。



(a)

○図(b)の(イ)は，電源から負荷へ送られる電力。

○図(b)の(ウ)の(＋)は，電源から負荷へ送られる電力であり，(−)は負荷から電源へ返される電力であり，これらの総和は0である。



(b)

図 1　交流回路の電力

これを図示すると，図 (b) の (イ) になる。

また，第 2 項は，VI を最大値として，電源電圧の 2 倍の周波数で変化する正弦波であるから，これを図示すると，図 (b) の (ウ) になり，1 周期にわたって平均すると 0 になる。

したがって，瞬時電力の平均値，すなわち **平均電力** (mean power) P[W] は，(2) の第 1 項だけになるから，次のように表される。

$$\boldsymbol{P = VI\cos\theta} \qquad (3)$$

この平均電力が，交流回路の消費電力であって，一般に**交流電力**とよばれる。

(2) 力　　率

交流回路の電力 P は $VI\cos\theta$ で表される。ここで θ は，回路のインピーダンス角である。したがって，抵抗 R だけの回路のように，回路に加わる電圧と電流が同相の場合には，電力は $VI\cos 0 = VI$ となり，直流回路の場合と同じように取り扱うことができる。

RL 直列回路や RC 直列回路のように，誘導リアクタンスや容量リアクタンスがあると，インピーダンス角 θ が0ではなくなり，抵抗 R だけの回路の $\cos\theta$ 倍の電力が消費されると考えることができる。この$\cos\theta$ を **力率** (power factor) という。力率は，数値または百分率で表し，0～1，または0～100 [%] である。

なお，図1の回路の力率 $\cos\theta$ は，次のように表される。

$$\cos\theta = \frac{R}{Z} \qquad (4)$$

例題 1. 図2に示す $R=10\,[\Omega]$，$X_L=5\sqrt{3}=8.7\,[\Omega]$，$X_C=15\sqrt{3}=26.0\,[\Omega]$ の負荷をもつ交流回路がある。この回路に $V=100\,[\mathrm{V}]$ の交流電圧を加えたときの，力率と交流電力を求めよ。

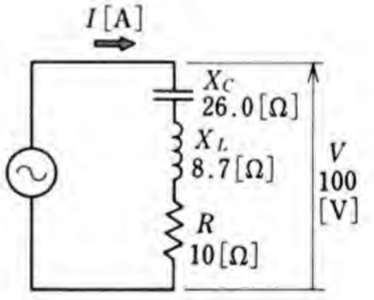


図 2

解答 この回路のインピーンダス三角形を図3に示す。インピーダンス角を θ とすると，

$$\tan\theta = \frac{X_L+X_C}{R} = \frac{5\sqrt{3}-15\sqrt{3}}{10} = \frac{-10\sqrt{3}}{10} = -\sqrt{3}$$

ゆえに，$\theta=-60°$

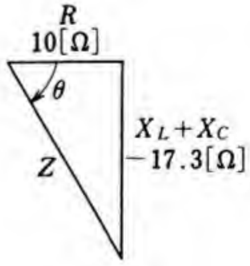


図 3

力率 $\cos\theta$ は，

$$\cos\theta=\cos(-60°)=0.5=50\ [\%]$$

回路の電流 I は,

$$I=\frac{V}{\sqrt{R^2+X_C{}^2}}=\frac{100}{\sqrt{10^2+(10\sqrt{3})^2}}=5\ [\mathrm{A}]$$

交流電力 P は,

$$P=VI\cos\theta=100\times5\times0.5=250\ [\mathrm{W}]$$

問 1. 力率が 0.8 である負荷に 100 [V] の交流電圧が加わり, 10 [A] の電流が流れている。消費電力を求めよ。

問 2. 200 [V] の交流電圧が加わり, 10 [A] の電流が流れ, 1.8 [kW] の電力が消費されている。この回路の力率を求めよ。

問 3. 図 4 の RL 直列回路において, 回路を流れる電流, 力率, 消費電力は, それぞれいくらか。また, 回路に直列にコンデンサを入れ, 力率を 100 [%] にしたい。コンデンサの容量リアクタンス X_C はいくらにすればよいか。

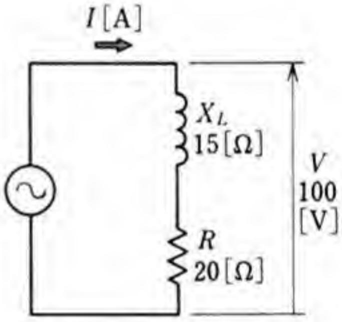


図 4

2. 皮相電力・有効電力・無効電力

ここでは, 交流電力に関連して, 皮相電力・有効電力・無効電力について調べ, 交流電力の理解を深める。

(1) 皮 相 電 力

すでに学んだように, 交流回路の電力 P [W] は, $VI\cos\theta$ で表される。VI は, 加えた電圧 V [V] と, 流れ込む電流 I [A] との積であり, 見掛け上の電力と考えられる。これを**皮相電力** (apparent power) という。皮相電力 S は, 次のように表される。

$$\boldsymbol{S=VI} \qquad (5)$$

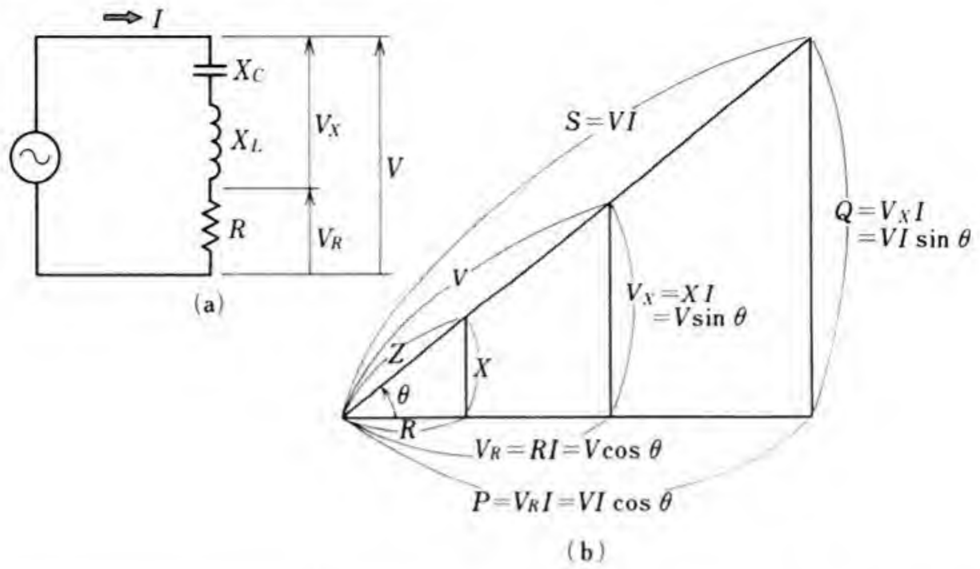


図 5 有効電力と無効電力

皮相電力の単位には，**ボルトアンペア** [VA]，またはその1000倍のキロボルトアンペア [kVA] が使われる*。

（2） 有効電力と無効電力

図5(a) の回路における電圧・電流・インピーダンスの大きさの関係を図(b)に示す。

図において，$P=V_RI=VI\cos\theta$ は電力を表し，**有効電力** (effective power) ともいう。これに対して，次に示す Q を**無効電力** (reactive power) という。

$$Q=VI\sin\theta \qquad (6)$$

無効電力の単位には，**バール** [var] またはその1000倍のキロバール [kvar] が使われる。また，$\cos\theta$ を力率というのに対して，$\sin\theta$ を**無効率**という。

* [VA] という単位は，電気機器において，電圧何ボルトのもとに何アンペアの電流が流せるかを知るのに便利なので，そのような意味において電気機器の容量を表すのに使われる。

問 4. 図 5 (a) の回路において，有効電力・無効電力はいくらか。また，力率・無効率はいくらか。

問 5. ある電気器具に 200 [V] の交流電圧が加わり，5 [A] の電流が流れ，753 [W] の電力が消費されている。力率と無効率はいくらか。

問　　題

1. ある回路に 200 [V] の交流電圧を加えたとき，位相が $\frac{\pi}{6}$ [rad] 遅れた 10 [A] の電流が流れた。この回路の電力・力率はいくらか。

2. 抵抗 12 [Ω] の抵抗器，誘導リアクタンス 16 [Ω] のコイルからなる *RL* 直列回路に，100 [V] の交流電圧を加えた場合，この回路の電流・力率・電力はそれぞれいくらか。

3. インダクタンス $L=42.5$ [mH] のコイルと，抵抗 R [Ω] の抵抗器からなる *RL* 直列回路の力率は 50 [%] である。R は何オームか。ただし，$f=60$ [Hz] とする。

4. ある回路に $v=100\sin\omega t$ [V] の電圧を加えたら，$i=50\sin\left(\omega t-\frac{\pi}{6}\right)$ [A] の電流が流れた。この回路の消費電力・皮相電力・力率を求めよ。

5. 図 6 の回路の力率はいくらか。また，この回路に 100[V] の交流電圧を加えると，電力はいくらになるか。

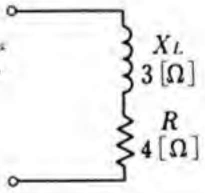


図 6

6. 図 7 の回路において，次の値を求めよ。

(1) 電　流　　(2) 力　率

(3) 消費電力　(4) 無効電力

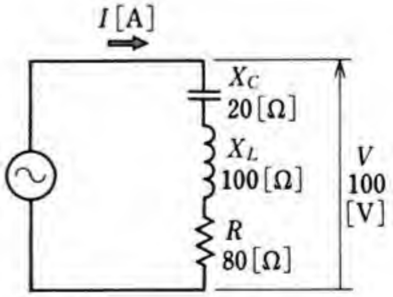


図 7

7. 電圧 220 [V]，電流 70 [A] で，11 [kW] の電力を消費する負荷がある。次の値を求めよ。

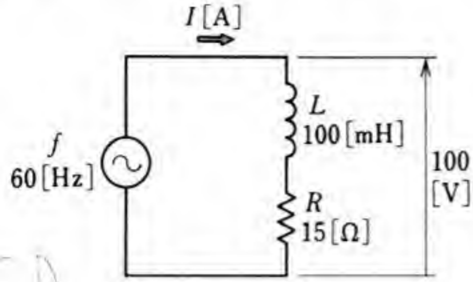


図 8

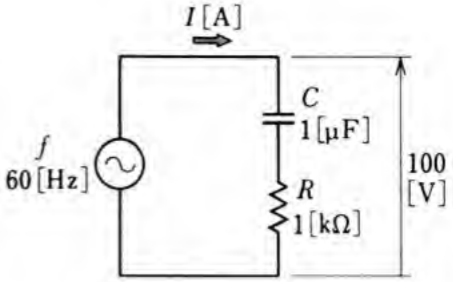


図 9

(1) 力 率 (2) インピーダンス (3) 抵 抗

(4) リアクタンス

8. 図8の RL 直列回路において，周波数 60 [Hz] のときのインピーダンスと力率を求めよ。

9. 図9の RC 直列回路において，回路を流れる電流を求めよ。また，有効電力・無効電力を求めよ。

章 末 問 題

1. 次の交流電圧および電流の最大値・実効値・平均値・周波数・位相角を求めよ。

$$v=200\sqrt{2}\sin\left(200\pi t+\frac{\pi}{6}\right) \quad [\mathrm{V}]$$

$$i=15\sqrt{2}\sin\left(200\pi t-\frac{\pi}{3}\right) \quad [\mathrm{A}]$$

2. 前問において，v と i とでは，位相はどちらがどれだけ進んでいるか。

3. 実効値 6600 [V]，周波数 60 [Hz]，位相角 45° の交流電圧の瞬時値を表せ。

4. 50 [Ω] の抵抗器に，60 [Hz]，100 [V] の交流電圧を加えた。抵抗器に流れる電流はいくらか。

5. インダクタンス 50 [mH] のコイルに 50 [Hz]，2 [V] の電圧を加えた。誘導リアクタンス X_L，および流れる電流 I を求めよ。

6. 静電容量が 100 [μF] のコンデンサに 60 [Hz]，12 [V] の電圧を加えた。

容量リアクタンス X_C，および流れる電流 I を求めよ。

7. 抵抗器，コイル，コンデンサに，それぞれ直流電圧を加えるときの働きと，交流電圧を加えるときの働きとを比べてみよ。

8. インダクタンス L のコイルに加わっている電圧の大きさはそのままで，周波数を 50 [Hz] から 60 [Hz] に変えると，コイルに流れる電流はどのように変わるか。

9. 静電容量 C のコンデンサに加わっている電圧の大きさはそのままで，周波数を 50 [Hz] から 60 [Hz] に変えると，コンデンサに流れる電流はどのように変わるか。

10. 図1は，コイルに交直両用の電流計Aを直列に接続した回路である。スイッチを1側に倒すと，電流計Aは 25 [A] を示し，2側に倒すと 20 [A] を示した。このコイルの抵抗 R と誘導リアクタンス X_L を求めよ。

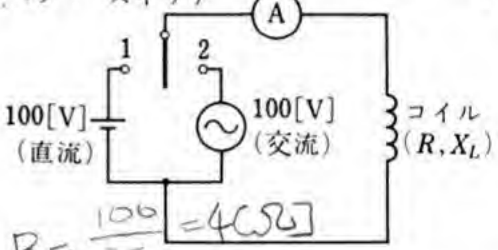


図 1

11. 図2の回路のインピーダンス三角形をかき，インピーダンス Z，電流 I を求めよ。また，インピーダンス角 θ を求めよ。次に，各部の電圧 V_R，V_L，V_C を求めよ。

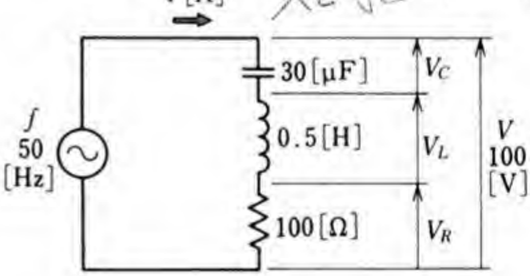


図 2

12. 直列共振回路において，インダクタンス L の値を一定にしておき，静電容量 C の値を変えて，共振周波数 f_0 を2倍にするには，C の値を何倍にすればよいか。

問 題 解 答

第1章 直 流 回 路

1 節

問 1．6.24×10^{18} **問 2**．$V_{24}=3.0$ [V]，$V_{41}=-4.5$ [V] **問 3**．3.0 [V] **問 4**．50 [mA] **問 5**．6 [kV] **問 6**．20 [Ω] **問 7**．2 [A] **問 8**．200 [V] **問 9**．0.01 [S] **問 10**．9.5 [A] **問 11**．1 [mA]，1 [μA] **問 13**．50 [Ω]，0.02 [S] **問 14**．$V_{12}=400$ [V]，$V_{23}=1000$ [V]，$V_{13}=1400$ [V] **問 15**．$R_1=2$ [Ω]，$V_{23}=20$ [V]，$V_{13}=30$ [V] **問 16**．20 [Ω] **問 17**．60 [Ω] **問 18**．$R=12$ [Ω]，$I=10$ [A]，$V_{12}=50$ [V]，$V_{23}=70$ [V]， **問 19**．$R_1I=5$ [V]，$R_3I=5$ [V] **問 20**．$R_2I=110$ [V]，$(R_2+R_3)I=115$ [V] **問 21**．95 [V]，99.5 [V] **問 22**．$r=0.1$ [Ω]，$E=1.2$ [V] **問 23**．$R_s=49$ [Ω]，$R_s+R_v=50$ [Ω] **問 24**．$R_{s1}=998$ [Ω]，$R_{s2}=1$ [kΩ]，$R_{s3}=6$ [kΩ] **問 25**．$I_1=5$ [A]，$I_2=2$ [A]，$I=7$ [A] **問 26**．$r_1=20$ [Ω]，$I_2=12$ [A]，$I=15$ [A] **問 27**．10 [Ω] **問 28**．13.3 [Ω] **問 30**．$I=1$ [A] **問 31**．$I_1=0.1$ [A]，$I_2=I_3=0.05$ [A] **問 32**．8種類，6 [kΩ]，0.545 [kΩ]，2.2 [kΩ]，2.75 [kΩ]，3.67 [kΩ]，0.833 [kΩ]，1.33 [kΩ]，1.5 [kΩ] **問 33**．$m=5$，$R_p=0.5$ [Ω]，0.4 [Ω] **問 34**．10.1 [A] **問 35**．小さくすればよい。**問 36**．$X=168.3$ [Ω] **問 37**．$I_1=1.5$ [A]，$I_2=1.0$ [A]，$I_3=2.5$ [A] **問 38**．$I_1=3$ [mA]，$I_2=3$ [mA]，$I_3=0$ [mA] **問 39**．$r_1=2$ [Ω]，$r_2=2.67$ [Ω]，$I_3=1$ [A] **問 40**．$I_1=3$ [A]，$E=25$ [V]，$R=3$ [Ω]

問題 1．$\frac{1}{8}$ **2**．733 [Ω]，$I=2.73$ [mA] **3**．$R_x=35$ [Ω]，$I=16.3$ [mA] **4**．$I_1=2$ [A]，$I_2=8$ [A] **5**．0.04 [mA] **6**．$I_1=3$ [A]，$I_2=1$ [A]，$I_3=4$ [A]，$V_{ab}=4$ [V] **7**．200 [Ω]，$I_1=1$ [A]，$I_2=0.125$ [A]，$V_{cd}=12.5$ [V] **8**．$r_1=0.008$ [Ω]，$r_2=0.012$ [Ω]

2 節

問 1．1.2×10^6 [J] **問 2**．2.51×10^6 [J] **問 3**．9×10^5 [J]，51.5 [°C] **問 4**．1 [A]，100 [Ω] **問 5**．600 [W]，16.7 [Ω] **問 6**．2 [kW] **問 7**．1 [kW] **問 8**．3.6×10^6 [J]，1 [kW·h] **問 9**．22.7分 **問 10**．45 [°C]，75 [°C] **問 11**．80 [°C] **問 12**．30 [°C]，45 [°C] **問 13**．10 [mW] **問 14**．31.6 [A]

問題 1．10 [A]，20 [Ω] **2**．1 [A]，100 [W]，95 [%]，90.3 [%] **3**．(1) 5 [A] (2) 500 [W] (3) 6×10^5 [J] (4) 90.9 [°C] **4**．$I_1=38.5$ [mA]，$I_2=23.1$ [mA]，$I_3=15.4$ [mA]，$P_1=118$ [mW]，$P_2=21.3$ [mW]，$P_3=14.2$ [mW]，$P=154$ [mW]，**5**．10 [mA] **6**．3 [kΩ]，31.6 [mA]，94.8 [V]

3 節

問 1. $A=2.01$ [mm²], $\rho=1.78\times10^{-8}$ [Ω·m], 1.03 倍 **問 2**. 6.75 [Ω] **問 3**. 6.17×10^{7} [S/m], 106 [%] **問 4**. 5.59 [Ω] **問 5**. 1340 [Ω] **問 6**. 1 [Ω] **問 7**. 15.2 [°C] **問 8**. 23.2 [°C] **問 9**. 100 [kΩ] **問 10**. 0.5 [mA]

問題 1. 1.82×10^{-8} [Ω·m], 5.5×10^{7} [S/m] **2**. 3.5×10^{7} [S/m], 60.3 [%] **3**. 62.0 [°C] **4**. 0.2 [Ω], 20 [Ω], $\rho=2\times10^{-8}$ [Ω·m] **5**. 4 [km], 2.32 [kΩ] **6**. 9.79 [Ω], 10.7 [Ω] **9**. 0.8 [MΩ]

4 節

問 1. 300 [C] **問 2**. [J] **問 3**. 5.93 [g] **問 4**. 8.94×10^{3} [C], 2.48 [A·h] **問 8**. 6 [A] **問 9**. 5時間 **問 10**. 200 [A·h] **問 11**. 1.98 [V], 1.89 [V]

問題 2 1.18 [g]

章末問題

1. 20 [Ω] **2**. $I_1=2.59$ [A], $I_2=0.87$ [A], $I_3=1.72$ [A] **3**. (1) 33.3 [Ω] (2) 3 [A] (3) 20.4 [min] (4) 102 [W·h] **4**. (1) $\frac{4}{5}$ 倍 (2) $\frac{5}{4}$ 倍, $\frac{5}{4}$ 倍 **5**. 97.9 [°C]

第2章　電気と磁気

1 節

問 1. $\frac{\pi}{2}$ [rad] **問 2**. 270° **問 3**. 3000 [N/Wb] **問 6**. 24 [A/m] **問 7**. 1.59 [A/m] **問 8**. 1000 [A/m]

問題 4. (1) A/m (2) N·m (3) Wb **5**. 250 [A/m]

2 節

問 1. 6 [N] **問 4**. 0.01 [N] **問 5**. $l\sin\frac{\pi}{2}=l$ **問 6**. $l\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)=-\frac{1}{2}l$, $l\sin 0=0$ **問 7**. $\sin 30°=\frac{1}{2}=0.5$, $\sin 45°=\frac{1}{\sqrt{2}}=0.707$, $\sin 60°=\frac{\sqrt{3}}{2}=0.866$, 0 [N], 1 [N], 1.41 [N], 1.73 [N], 2 [N] **問 8**. $\sin 120°=0.866$, $\sin 135°=0.707$, $\sin 150°=0.5$, 1.73 [N], 1.41 [N], 1 [N] **問 9**. 2×10^{-3} [N·m], $\frac{1}{2}$ **問 11**. 5×10^{-7} [N/m], 5×10^{-9} [N/cm] **問 12**. 4×10^{-4} [N/m]

問題 2. 0.8 [N] **3**. 2.08×10^{-4} [N·m] **4**. 10^{-2} [N/km]

3 節

問 1. 500 [A], 25 [A] **問 3**. 2×10^{-4} [H/m] **問 4**. 100 **問 5**. 1.26×10^{-3} [H/m] **問 6**. 1.26 [T] **問 7**. 2.5×10^{4} [A/m] **問 8**. 2.67×10^{-2} [T], 42.5 [A/m] **問 10**. $\mu=5\times10^{-3}$ [H/m], $\mu_r=3.98\times10^{3}$ **問 12**. 2.80 [A] **問 13**. 1 [m]

問題 1. $H=1.5\times10^3$ [A/m], $B=0.1$ [T] **3**. (1) 1590 [A] (2) 597 [A] (3) 99.5 [A] (4) 2290 [A] (5) 1.15 [A] **4**. (1) 9.76×10^{-4} [Wb], 3.11×10^{-2} [T] (3) 3.11×10^{-2} [T], 2.47×10^4 [A/m] (4) 4.98×10^{-3} [N·m] **5**. (1) 0.259 [T] (2) 0.259 [T] (3) 2.06×10^5 [A/m] (4) 4.12×10^2 [A/m] (5) 0.518 [N]

4 節

問 2. 2 [Wb], 2000 [V] **問 3.** 4 [V] **問 4.** 2.55 [V] **問 6.** 2 [mH] **問 7**. 50 [kV] **問 8**. 4 [mH] **問 9**. 100 [mH] **問 10**. 0.995 **問 11**. (1) $\frac{N}{l}$ (2) $\frac{\mu AN^2}{l}$ [H] (3) $\frac{\mu AN^2}{l^2}$ [H/m] **問 12**. $\lambda=0.95$ **問 13**. 44.4 [μH] **問 14**. 0.6 [mH] **問 15**. 100 [V] **問 16**. 4.71 [H] **問 17**. 188 [mH] **問 18**. 6 [mH] **問 19**. 800 [mH], 400 [mH] **問 20**. 8.49 [mH] **問 21**. $k=0.5$ **問 22**. 5×10^4 [J] **問 23**. 25倍 **問 24**. 1.27×10^2 [J/m³] **問 25**. 4倍 **問 26**. 5.73×10^2 [N]

問題 1. (1) 3.14×10^{-2} [m²], 3.14 [m], 6.28×10^{-4} [H/m] (2) 1.59×10^5 [H⁻¹] (3) 62.8 [mH], 39.3 [H], 0.628 [mH] (4) 1.57 [H], 157 [mH], 6.28 [mH] (5) 42.5 [H] (6) 39.0 [H] (7) 50.9 [mH] **2**. 0.2 [mH] **3**. $L_1=L_2=13$ [mH], $M=12$ [mH] **5**. 2.55×10^{-3} [J], 1.27×10^2 [J/m³] **6**. 3.14 [J], 31.8 [J/m³]

章末問題

1. 1.04 [N] **2**. どちらも 3.33×10^{-4} [N/m] **4**. 下向き **5**. 和動接続 $L=70$ [mH], 差動接続 $L=10$ [mH] **6**. 679 [mH], 1.36 [J]

第3章 静 電 気

1 節

問 1. 1.30×10^6 [N] **問 4**. 9×10^9 [V] **問 5**. 3×10^4 [V/m] **問 6**. 9×10^9 [V/m] **問 7**. $\frac{1}{9\times10^9}=1.11\times10^{-10}$ [F] **問 8**. 7.11×10^{-4} [F] **問 9**. 0.001 [C], 0.0005 [J]

問題 1. 9×10^9 [N] **2**. 1.11×10^{-6} [C] **3**. 1.11×10^{-7} [C] **4**. 50 [V/m] **5**. 2倍 **6**. 0.001 [F], 0.0005 [J]

2 節

問 2. 2倍 **問 3**. 2倍 **問 4**. $A=\frac{1}{2}A'$ **問 5**. $l=\frac{1}{2}l'$ **問 6**. 3倍 **問 7**. (上から順に) 1.78, 1.92, 6.47, 2.11, 4.29, 4.08, 2.58, 3.50 **問 15**. 180 [V], 90 [V], 60 [V] **問 16**. (1) 2 [mC] (2) 1 [mC] (3) 3 [mC] (4) 15 [μF] **問 17**. $C=13.3$ [μF], 200 [V], 100 [V], 100 [V] **問 18**. (単独) 1 [μF], 2 [μF], 3 [μF], (二つ接続) 直列 0.667 [μF], 0.75 [μF], 1.2 [μF], 並列 3 [μF], 4 [μF], 5 [μF], (三つ接続) 直列 0.545 [μF], 並列 6 [μF], 直

並列 0.833 [μF], 1.33 [μF], 1.5 [μF], 2.2 [μF], 2.75 [μF], 3.67 [μF]

問題 1. 10 [μF] **2**. 20 [μF] **3**. 1 [μF], 40 [V], 20 [V], 10 [V], 5 [V] **4**. 80 [V], 20 [V], 3.2×10^{-2} [J], 4×10^{-3} [J], 4×10^{-3} [J] **5**. 6.67×10^{-2} [J], 0.3 [J] **6**. (1) 20 [V], 30 [V], 50 [V] (2) 48.4 [V], 32.3 [V], 19.3 [V] (3) 28.4 [V], 30.7 [V] (4) 20 [V], 30 [V], 50 [V] **7**. 2個直列にして，これに5個並列に接続する。

3 節

問 1. 8.85×10^{-2} [J/m³] **問 3**. 2.21×10^{-5} [N]

問題 1. 10^{-4} [C], 5×10^{-3} [J] **2**. (1) 10^{-8} [C] (2) 2.5×10^{-7} [J] (3) 7.96×10^{-6} [C/m²] (4) 1.39×10^{5} [V/m] (5) 0.553 [J/m³] **3**. 12 [N] **4**. 71.4 [V], $W_0=0.25$ [J], $W_1=0.128$ [J], $W_2=0.051$ [J]

章末問題

1. 0.02 [μF] **2**. 177 [pF] **3**. 916 [V] **4**. 295 [pF] **5**. $\dfrac{\varepsilon_0 V^2}{2l^2}$, 1.77×10^{-3} [N/m²]

第4章 交 流 回 路

1 節

問 1. 100π [rad/s] **問 2**. π [rad] **問 3**. 5 [Hz], 10π [rad/s] **問 4**. 毎秒5回転 **問 5**. $E_m=100$ [V], $E_{pp}=200$ [V], $I_m=2$ [A], $I_{pp}=4$ [A] **問 6**. 50 [Hz]：20 [ms], 60 [Hz]：16.7 [ms] **問 7**. (1) 10^3 [kHz] (2) 10^6 [MHz] (3) 10^{-3} [ms] (4) 10^{-3} [μs] (5) 1 [μs], 10^{-3} [ns] **問 8**. 63.7 [V] **問 9**. 157 [V] **問 10**. 283 [A] **問 11**. 141 [V] **問 12**. $100\sqrt{2}\sin 100\pi t$ [V]

問 13. i_1 は i_2 より 50° 位相が遅れている。

問題 1. $e'=2BluN\sin\theta$ [V] **3**. 10 [A], 14.1 [A], 60 [Hz], 16.7 [ms] **4**. 100 [V], 20 [ms], $-\dfrac{\pi}{6}$ [rad] **5**. $i=5\sqrt{2}\sin\left(100\pi t+\dfrac{\pi}{3}\right)$[A] **6**. (1) 100 [V], 70.7 [V], $\dfrac{\omega}{2\pi}$ [Hz] (2) 141 [V], 100 [V], $\dfrac{3}{8\pi}$ [Hz] (3) 200 [V], 141 [V], $\dfrac{1}{60}$ [Hz] (4) A [A], $\dfrac{A}{\sqrt{2}}$ [A], $\dfrac{\omega}{2\pi}$ [Hz]

2 節

問 1. (1) $i=20\sqrt{2}\sin 100\pi t$ [A] (2) 200 [V], 20 [A] **問 2**. 33.3 [Ω] **問 3**. 電流の位相は電圧より $\dfrac{\pi}{2}$ [rad] 遅れる。**問 4**. 6.28 [Ω], 7.54 [Ω] **問 5**. $X_L=1.67$ [kΩ], $L=5.31$ [H] **問 6**. 電流の位相は電圧より $\dfrac{\pi}{2}$ [rad] 進む。**問 7**. 159 [Ω], 133 [Ω] **問 8**. $X_c=1.67$ [kΩ], $C=1.91$ [μF] **問 9**. 159 [μF]

問題 1. 3.18 [A] **2**. 0.377 [A] **4**. 1 [kΩ], 2 [kΩ] **5**. 500 [Ω], 250 [Ω]

6．$R=5$ [Ω]，$X_L=8.66$ [Ω]　**7**．$X_C=7$ [Ω]，$C=455$ [μF]　**8**．$f_0=79.6$ [Hz]，$V_R=100$ [V]，$V_L=V_C=714$ [V]，$Q=7.14$　**9**．6.33 [μH]

3 節

問 1．800 [W]　**問 2**．0.9　**問 3**．4 [A]，0.8，320 [W]，$X_L=15$ [Ω]　**問 5**．0.753，0.658

問題 1．1.73 [kW]，0.866　**2**．5 [A]，0.6，300 [W]　**3**．9.24 [Ω]　**4**．2.17 [kW]，2.50 [kVA]，0.866　**5**．0.8，1.6 [kW]　**6**．(1) 0.884 [A] (2) 0.707 (3) 62.5 [W] (6) 62.5 [var]　**7**．(1) 0.714 (2) 3.14 [Ω] (3) 2.24 [Ω] (4) 2.20 [Ω]　**8**．40.6 [Ω]，0.369　**9**．35.3 [mA]，1.25 [W]，3.31 [var]

章末問題

1．最大値　283 [V]，21.2 [A]，実効値　200 [V]，15 [A]，平均値　180 [V]，13.5 [A]，周波数　100 [Hz]，位相角　$\frac{\pi}{6}$ [rad]，$-\frac{\pi}{3}$ [rad]　**2**．v の位相が i より $\frac{\pi}{2}$ [rad] 進んでいる。　**3**．$v=6600\sqrt{2}\sin\left(120\pi t+\frac{\pi}{4}\right)$ [V]　**4**．2 [A]　**5**．$X_L=15.7$ [Ω]，$I=127$ [mA]　**6**．$X_C=26.5$ [Ω]，$I=452$ [mA]　**8**．$\frac{50}{60}=0.833$ 倍になる。**9**．$\frac{60}{50}=1.2$ 倍になる。**10**．$R=4$ [Ω]，$X_L=3$ [Ω]　**11**．$Z=112$ [Ω]，$I=0.892$ [A]，$\theta=26.8°$，$V_R=89.2$ [V]，$V_L=140$ [V]，$V_C=94.6$ [V]　**12**．$\frac{1}{4}$ 倍

索　　引

あ

アーク放電 ……220
圧電現象 ……215,216
RLC 直列回路……259
RL 直列回路 ……254
RC 直列回路 ……257
暗電流 ……219
アンペア ……7,133
アンペア時……84
アンペール（人名）…115
アンペールの周回路の法則 ……117,118
アンペールの右ねじの法則……110

い

位　相 ……236
位相角 ……236
位相差 ……236,237
一次コイル ……167
一次電池……83
位置ベクトル……97
一般角……91
陰イオン……75
陰　極……76
インダクタンス ……161
インピーダンス ……256
インピーダンス角 …256
インピーダンス三角形 ……256

う

ウェーバ ……104
ウェーバ（人名）……138
うず電流 ……160
うず電流損 ……160

え

エネルギー密度 ……214,215
円形コイル ……113
円筒コイル ……119

お

遅れ電流 ……248
オーム……18
オーム（人名）……19
オームの法則 ……16,17,241
オームメートル……62
温接点……56
温度上昇限度 ……53,54

か

外　積 ……101
回路のQ ……264
回路網……36
化学当量……78
角周波数 ……229
角速度 ……227
可変コンデンサ ……206
乾電池……79

き

起磁力 ……135
起電力……9,10
基本ベクトル……98
強磁性体 ……139
共振周波数 ……263
共振特性 ……263
許容温度……53
許容電流 ……52,54
許容電力……54
キルヒホッフの第1法則……29
キルヒホッフの第2法則 ……36,37
キルヒホッフの法則 ……36,243
キロワット時……51

く

空気の透磁率 ……138
グロー放電 ……220
クーロン ……7
クーロン（人名）……184
クーロンの法則（磁気に関する）……104
クーロンの法則（静電気に関する）……183

け

結合係数 ……170
検流計……34

こ

合成静電容量 …208,211
合成抵抗 ……22,30
交　流 ……224
交流電力 ……267
交流の平均値 …232,233
固定コンデンサ ……206
弧度法 ……89,90
コロナ放電 ……219
コンダクタンス……18
コンデンサ ……200
コンデンサの接続 …207

さ

最小火花電圧 …220,221
最大値 ……226,229
差動接続 ……172
サーミスタ……65
酸化銀電池……81
残留磁気 ……146

し

磁　位 ……105
磁位の傾き ……106
磁　荷 ……104
磁　化 ……103
磁　界 ……103,110
磁界の強さ ……106,107
磁化曲線 ……141,142
磁　気 ……104
磁気回路 ……136
磁気吸引力 ……176,177
磁気現象 ……103
磁気しゃへい ……150
磁気双極子 ……104,115
磁気抵抗 ……136
磁気モーメント ……115,116
磁気誘導 ……103
磁　極 ……103
自己インダクタンス ……161,162
自己誘導 ……161,162
磁　束 ……123
磁束鎖交数 ……156
磁束密度 ……122,123
実効値 ……234,235
ジーメンス……18
周回路の法則（アンペールの）……117,118
周　期 ……231
周波数 ……227,228,231
周波数特性 ……263
充　電……83
ジュール（人名）……49
ジュール熱……48
ジュールの法則……48
瞬時値 ……229,230
瞬時電力 ……266
常磁性体 ……139
商用周波数 ……231
初期特性 ……146
自由電子 ……7
磁力線 ……111
磁　路 ……136
真空の透磁率 ……138
真空の誘電率 …183,203
真空放電 ……220
振　幅 ……230

す

すい……91
スカラー積……99
スカラー量……94
進み電流……253
ステラジアン……92
スリップリング……225

せ

正極……79
正弦波交流……224
正弦波交流の合成……238
成層鉄心……160
静電エネルギー……197
静電気……182,183
静電吸引力……216
静電現象……182
静電しゃへい……192,193
静電誘導……184
静電容量……195,196
静電力……182
正の向き……89
絶縁抵抗……69,70
絶縁破壊……204,218
絶縁破壊電圧……218
絶縁破壊の強さ……218
絶縁物……7,68
接触抵抗……73
ゼーベック効果……55,56
全路破壊……219

そ

相互インダクタンス……167
相互誘導……167

た

耐電圧……205
帯電現象……182
多重範囲電圧計……26
単位ベクトル……98
端子電圧（電源の）……24

ち

地球の磁界……117
中間金属……56,57
中間金属の法則……56,57
中性子……7
直交座標……93,94
直線電流……118
直流……14
直流電位差計……42,43,44
直列接続（抵抗の）……20
直列接続（インダクタンスの）……171
直列接続（コンデンサの）……207

て

抵抗……18
抵抗の温度係数……65,66,67
抵抗の合成……21,29
抵抗率……61,62,63,68,69
テスラ……123
電圧……9,12
電圧計……16
電圧降下……23
電位……10,185
電位差……9,10,11
電位の傾き……13,186,187
電位の基準……11
電荷……6
電界……12,13,185
電解液……75
電解質……75
電界の強さ……13,186,187
電解分極……80
電荷の保存則……8
電気エネルギー……50
電気回路図……15
電気化学当量……78
電気絶縁材料……68
電気双極子……191
電気抵抗……18
電気分解……76
電気用図記号……15
電気力線……190,191
電気量……7
電源……13
電源内部の電圧降下……24
電子……7
電磁エネルギー……172,173
電磁誘導……154
電束……193,194
電束密度……194
電池……79
電離……75
電流……6,7,8
電流計……16
電流の連続性……8
電力……50
電力量……49

と

等価……22
等価回路……22
透磁率……104,137
透磁率曲線……143,144
同相……237
導体……7,68
等電位……11
等電位面……190,191
導電材料……68
導電率……64

な

内積……99

内部抵抗（電圧計の）
……………………25
内部抵抗（電流計の）
……………………32
内部抵抗（電源の）…24
長岡係数 ……………166
鉛蓄電池 …………82,83

に

二次コイル …………167
二次電池………………83

ね

熱エネルギー…………48
熱起電力………………55
熱電温度計……………57
熱電形計器……………58
熱電対…………………55
熱電対の特性…………57
熱電電流計……………58
熱容量…………………49

は

倍率（倍率器の）……26
倍率（分流器の）……33
倍率器…………………26
波　形 ………………224
パスカル ……………220
パーセント導電率……64
バール ………………270
反磁性体 ……………139
半導体…………………68

ひ

BH 曲線 ……………142
ビオ・サバールの法
則 …………112,113
ピークピーク値 ……230
ヒステリシス ………146
ヒステリシス損
………………146,147
ヒステリシスループ
……………………146
皮相電力 ……………269
被測定電流……………33
左手系…………………94
比透磁率 ………137,139
比　熱…………………49
火花放電 ……………219
比誘電率 ……………203
標準電池………………44
平等磁界 ……………120

ふ

ファラデー（人名）…77
ファラデーの法則
（電気分解に関す
る）…………76,78,79
ファラデーの法則
（電磁誘導に関する）
…………………… 155
ファラド ……………196
負　荷…………………13
負　極…………………80
負の向き………………89
部分破壊 ……………219
フレミングの左手の
法則 ………………124
フレミングの右手の
法則 ………………158
分子磁石 ……………143
分流器…………………33

へ

閉回路…………………36
平均値 ………………232
平均電力 ……………267
平　衡…………………35
平行板コンデンサ …200
並列接続（抵抗の）…27
並列接続（コンデン
サの）………………210
ベクトル …………93,97
ベクトル空間…………97
ベクトル積 …………100
ベクトルの演算法則…97
ベクトル量……………94
ペルチエ効果…………59
ヘルツ ………………227
ヘルツ（人名）………228
ヘンリー ……………162
ヘンリー（人名）……162

ほ

ホイートストンブリ
ッジ…………………34
ホイートストンブリ
ッジの平衡条件……35
方形コイル ……127,128
方　向…………………88
放電（電池の）………82
放電（静電気の）……185
放電（気体中の）
………………218,220
放電終止電圧…………84
放電電流 ……………218
飽和特性 ……………143
保磁力 ………………146
ボルタ（人名）………85
ボルト…………………10
ボルトアンペア ……270
ホルマール銅線………61

ま

毎ヘンリー …………136
マクスウェル（人名）
……………………228
マンガン乾電池………81

み

右手系……94
右ねじの法則（アンペールの）……110

む

向き……88,89
無効電力……270
無効率……270

も

漏れ磁束……149,150

ゆ

有限長コイル……165,166
有向線分……94,95
有効電力……270
誘電加熱……216
誘電損……215
誘電体のヒステリシス……215
誘電率……183
誘導起電力……155
誘導性……262
誘導電流……155
誘導リアクタンス……249

よ

陽イオン……75
陽極……75
陽子……7
容量（鉛蓄電池の）……84
容量性……262
容量リアクタンス……252

ら

ラジアン……90

り

力率……268
リチウム電池……81
立体角……91,92

る

ルクランシェ電池 79,80

れ

零元……96
冷接点……56
零ベクトル……97
レンツの法則……155

ろ

60分法……89

わ

和動接続……171
ワット……50

■別記著作者 新井 芳明 飯高 成男 岩沢 孝治 大島 正弘
鬼塚 新一 多田 正美 柄本 治利 永田 博義 山田 一

●表紙デザイン 杉山久仁彦

昭和60年3月31日 文部省検定済

新版電気基礎A

©著作者 宮入 庄太 緒方 興助
ほか9名(別記)

| 7 | 実教 | 工業 143 |

●発行者 実教出版株式会社
代表者 奥脇誠治
東京都千代田区五番町5

昭和61年2月25日 初版発行
昭和64年2月20日 印刷
昭和64年2月25日 発行

●印刷者 中央印刷株式会社
代表者 林 清市
東京都新宿区新小川町4-24

●発行所 実教出版株式会社
〒102 東京都千代田区五番町5
電話 03-238-7700(代表)
振替 東京 4-183260

●定価 文部大臣が認可し官報で告示した定価
(上記の定価は、各教科書取次供給所に表示します)

◎発行者の許諾なくして本教科書に関する自習書・解釈書・練習書もしくはこれに類するものの発行を禁ずる。

三角関数表

θ	sin θ	cos θ	tan θ	θ	sin θ	cos θ	tan θ
0°	0.0000	1.0000	0.0000	45°	0.7071	0.7071	1.0000
1°	0.0175	0.9998	0.0175	46°	0.7193	0.6947	1.0355
2°	0.0349	0.9994	0.0349	47°	0.7314	0.6820	1.0724
3°	0.0523	0.9986	0.0524	48°	0.7431	0.6691	1.1106
4°	0.0698	0.9976	0.0699	49°	0.7547	0.6561	1.1504
5°	0.0872	0.9962	0.0875	50°	0.7660	0.6428	1.1918
6°	0.1045	0.9945	0.1051	51°	0.7771	0.6293	1.2349
7°	0.1219	0.9925	0.1228	52°	0.7880	0.6157	1.2799
8°	0.1392	0.9903	0.1405	53°	0.7986	0.6018	1.3270
9°	0.1564	0.9877	0.1584	54°	0.8090	0.5878	1.3764
10°	0.1736	0.9848	0.1763	55°	0.8192	0.5736	1.4281
11°	0.1908	0.9816	0.1944	56°	0.8290	0.5592	1.4826
12°	0.2079	0.9781	0.2126	57°	0.8387	0.5446	1.5399
13°	0.2250	0.9744	0.2309	58°	0.8480	0.5299	1.6003
14°	0.2419	0.9703	0.2493	59°	0.8572	0.5150	1.6643
15°	0.2588	0.9659	0.2679	**60°**	**0.8660**	**0.5000**	**1.7321**
16°	0.2756	0.9613	0.2867	61°	0.8746	0.4848	1.8040
17°	0.2924	0.9563	0.3057	62°	0.8829	0.4695	1.8807
18°	0.3090	0.9511	0.3249	63°	0.8910	0.4540	1.9626
19°	0.3256	0.9455	0.3443	64°	0.8988	0.4384	2.0503
20°	0.3420	0.9397	0.3640	65°	0.9063	0.4226	2.1445
21°	0.3584	0.9336	0.3839	66°	0.9135	0.4067	2.2460
22°	0.3746	0.9272	0.4040	67°	0.9205	0.3907	2.3559
23°	0.3907	0.9205	0.4245	68°	0.9272	0.3746	2.4751
24°	0.4067	0.9135	0.4452	69°	0.9336	0.3584	2.6051
25°	0.4226	0.9063	0.4663	70°	0.9397	0.3420	2.7475
26°	0.4384	0.8988	0.4877	71°	0.9455	0.3256	2.9042
27°	0.4540	0.8910	0.5095	72°	0.9511	0.3090	3.0777
28°	0.4695	0.8829	0.5317	73°	0.9563	0.2924	3.2709
29°	0.4848	0.8746	0.5543	74°	0.9613	0.2756	3.4874
30°	**0.5000**	**0.8660**	**0.5774**	75°	0.9659	0.2588	3.7321
31°	0.5150	0.8572	0.6009	76°	0.9703	0.2419	4.0108
32°	0.5299	0.8480	0.6249	77°	0.9744	0.2250	4.3315
33°	0.5446	0.8387	0.6494	78°	0.9781	0.2079	4.7046
34°	0.5592	0.8290	0.6745	79°	0.9816	0.1908	5.1446
35°	0.5736	0.8192	0.7002	80°	0.9848	0.1736	5.6713
36°	0.5878	0.8090	0.7265	81°	0.9877	0.1564	6.3138
37°	0.6018	0.7986	0.7536	82°	0.9903	0.1392	7.1154
38°	0.6157	0.7880	0.7813	83°	0.9925	0.1219	8.1443
39°	0.6293	0.7771	0.8098	84°	0.9945	0.1045	9.5144
40°	0.6428	0.7660	0.8391	85°	0.9962	0.0872	11.4301
41°	0.6561	0.7547	0.8693	86°	0.9976	0.0698	14.3007
42°	0.6691	0.7431	0.9004	87°	0.9986	0.0523	19.0811
43°	0.6820	0.7314	0.9325	88°	0.9994	0.0349	28.6363
44°	0.6947	0.7193	0.9657	89°	0.9998	0.0175	57.2900
45°	**0.7071**	**0.7071**	**1.0000**	**90°**	**1.0000**	**0.0000**	—

三角関数の公式

◆ 特別な角の三角関数

θ	ラジアン	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{2\pi}{6}$	$\frac{2\pi}{4}$	$\frac{4\pi}{6}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π
	度	0	30	45	60	90	120	135	150	180
$\sin\theta$		0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0
$\cos\theta$		1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{\sqrt{2}}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1
$\tan\theta$		0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	／	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	0

◆ 三角関数の公式

(1) $\sin^2\theta+\cos^2\theta=1$

(2) $\tan\theta=\frac{\sin\theta}{\cos\theta}$

(3) $\begin{cases}\sin(-\theta)=-\sin\theta\\ \cos(-\theta)=\cos\theta\\ \tan(-\theta)=-\tan\theta\end{cases}$

(4) $\begin{cases}\sin\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)=\cos\theta\\ \cos\left(\frac{\pi}{2}-\theta\right)=\sin\theta\end{cases}$

(5) $\begin{cases}\sin(\pi-\theta)=\sin\theta\\ \cos(\pi-\theta)=-\cos\theta\end{cases}$

(6) $\begin{cases}\sin\left(\theta+\frac{\pi}{2}\right)=\cos\theta\\ \cos\left(\theta+\frac{\pi}{2}\right)=-\sin\theta\end{cases}$

(7) $\begin{cases}\sin(\theta+\pi)=-\sin\theta\\ \cos(\theta+\pi)=-\cos\theta\end{cases}$

(8) $\begin{cases}\sin(\alpha\pm\beta)=\sin\alpha\cos\beta\pm\cos\alpha\sin\beta\\ \cos(\alpha\pm\beta)=\cos\alpha\cos\beta\mp\sin\alpha\sin\beta\end{cases}$ （複号同順）

(9) $\begin{cases}\sin2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha\\ \cos2\alpha=\cos^2\alpha-\sin^2\alpha=1-2\sin^2\alpha=2\cos^2\alpha-1\end{cases}$

(10) $\begin{cases}2\sin\alpha\cos\beta=\sin(\alpha+\beta)+\sin(\alpha-\beta)\\ 2\cos\alpha\sin\beta=\sin(\alpha+\beta)-\sin(\alpha-\beta)\end{cases}$ $\begin{cases}2\cos\alpha\cos\beta=\cos(\alpha+\beta)+\cos(\alpha-\beta)\\ -2\sin\alpha\sin\beta=\cos(\alpha+\beta)-\cos(\alpha-\beta)\end{cases}$

佐藤恭一

実教出版株式会社